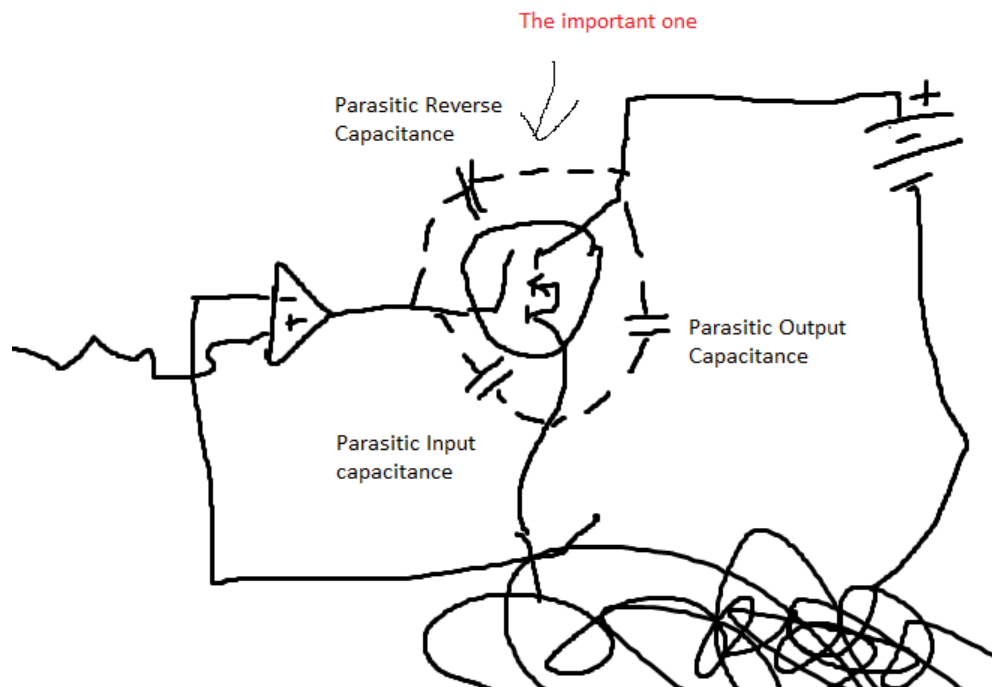


# M19 : Effets capacitifs

**Louis Heitz** et Vincent Brémaud

Jeudi 26 novembre 2020



# Sommaire

|                                                        |    |
|--------------------------------------------------------|----|
| Rapport du jury                                        | 3  |
| Bibliographie                                          | 3  |
| Introduction                                           | 4  |
| I Le condensateur d'Aepinus                            | 4  |
| II Effet capacitif dans une bobine à haute fréquence   | 7  |
| III Mesure de la capacité de jonction d'une photodiode | 7  |
| Conclusion                                             | 9  |
| A Correction                                           | 10 |
| B Commentaires                                         | 10 |
| B.1 Electrode de garde . . . . .                       | 10 |
| B.1.1 Éviter les effets de bord . . . . .              | 10 |
| B.1.2 Éliminer les capacités parasites . . . . .       | 10 |
| C Principe de fonctionnement d'une photodiode          | 12 |
| D Autres expériences possibles                         | 12 |
| E Matériel                                             | 13 |
| F Tableau présenté                                     | 13 |

Le code couleur utilisé dans ce document est le suivant :

- → Pour des éléments de correction / des question posées par le correcteur
- Pour les renvois vers la bibliographie
- *Pour des remarques diverses des auteurs*
- ⚠ Pour des points particulièrement délicats, des erreurs à ne pas commettre
- Pour des liens cliquables

## Rapports du jury

- **2017** : La connaissance du principe d'un RLC mètre est essentielle dans ce montage.
- **2016** : Le montage ne se résume pas à l'étude du circuit RC. Les modèles de condensateurs et les effets capacitifs sont nombreux et aisément accessibles à l'expérimentation. Le jury constate que l'étude de la propagation d'une impulsion dans un câble coaxial est, à juste titre, souvent proposée dans ce montage, mais que les propriétés physiques de ce phénomène sont souvent mal maîtrisées.
- **2014** : Il est dommage que les candidats se limitent le plus souvent à l'étude du condensateur d'Aepinus et à celle d'un circuit RC.
- **2007** : Le principe de fonctionnement d'un capacimètre doit être connu. Les mesures ne doivent pas se limiter à l'étude du condensateur d'Aepinus ou à des mesures de capacité : les effets capacitifs de certains composants peuvent être abordés.

## Bibliographie

- [1] [Notice du condensateur réglable](#)
- [2] Duffait d'électricité, chapitre V : courants de polarisation
- [3] [Polycopié TP instrumentation L3 de JBD](#)
- [4] Garing : EM dans le vide et les conducteurs. Chapitre 2 câble coaxial avec pertes
- [5] Polycopié de TP de photorécepteur, transmission numérique sur fibre optique plastique
- [6] Henry Mathieu, Physique des semiconducteurs et des composantes électroniques

## Introduction

Lorsqu'il existe une différence de tension entre deux conducteurs en regard, il apparaît une charge surfacique sur chacun d'eux, par effet électrostatique. C'est l'effet capacitif. Nous allons tenter de caractériser la grandeur qui quantifie la relation entre charge et tension : la capacité  $C$ .

## I Le condensateur d'Aepinus

### Référence = notice en biblio [1]

Dans un premier temps on va s'attacher à mieux comprendre la formule qui donne la capacité en fonction des grandeurs géométriques du système.

*Ci-dessous une explication qualitative pour la formule, pas nécessaire de la donner à l'oral, mais potentiellement utile lors des questions*

Que ce passe t-il ? Si on applique une tension, alors on applique un champ élec, donc on va attirer les électrons vers le bord pour une plaque; les en éloigner pour l'autre plaque. Qualitativement:

- $C \propto 1/e$  car si très éloignés, à  $U$  fixé,  $\vec{E}$  décroît en  $1/e$  donc plus d'influence.
- $C \propto S$  car charge localisée en surface.
- $C \propto \varepsilon_r$  car quantifie réponse du milieu inter-plaque (plus il est fort, plus les charges se réarrangent au sein du diélectrique, donc plus  $Q$  est grand).

On peut montrer pour un condensateur plan infini :

$$C = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 \times S}{e} \quad (1)$$

On va vérifier la dépendance en  $1/e$  à travers l'exemple du condensateur d'Aepinus.

Principe : on fait varier  $e$  et on mesure  $C$ . On trace  $C = f(1/e)$  en ajustant  $\varepsilon_r$ . La mesure se fait avec un RLC-mètre [7]. L'ajustement linéaire donne :

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r = 9.13 \pm 0.07 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$$

*On ne retrouve pas la valeur de  $\varepsilon_0$ , on invoque souvent l'humidité de l'air, d'après cette référence ça colle avec une humidité habituelle dans une salle (40% en gros). Pour rendre la manipulation plus propre, il peut être intéressant de mettre un diélectrique connu entre les deux plaques pour remonter à  $\varepsilon_0$*

## Précisions expérimentales :

La mesure de la capacité du condensateur d'Aepinus se fait avec un RLC-mètre avec un branchement aux différentes armatures (et à la garde) expliqué ci-dessous. On cherche à mesurer une capacité très faible (quelques pF) il faut donc faire attention pour s'affranchir de toutes les capacités parasites.

### ⚠ Attention au câblage utilisé :

Si on câble uniquement avec des fils banane, on introduit des capacités parasites lorsqu'on bouge les fils (essayez c'est rigolo). Pour s'en affranchir, on utilise un câble coaxial (qui permet de maintenir une distance constante entre deux conducteurs) qui a des sorties banane-banane. Ensuite on prend de petits fils banane-banane sans protection pour relier le blindage du câble coaxial à la garde du RLC-mètre d'un côté et à la garde du condensateur de l'autre côté.

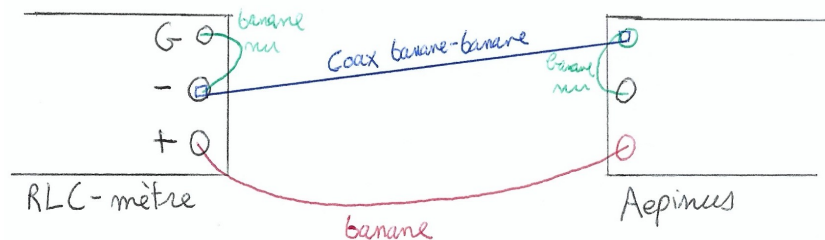
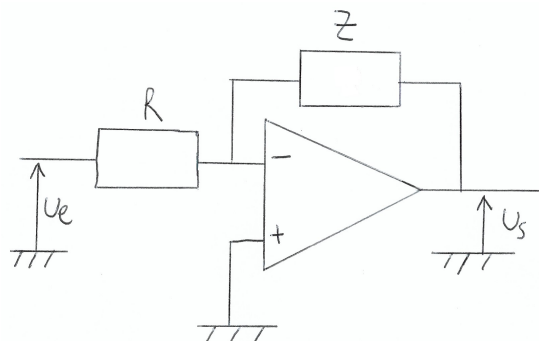


Figure 1 – Branchement condensateur - RLC-mètre

## Mesure de $C$ :

L'objectif est de vérifier la loi (1) en ajustant la permittivité entre les deux plaques du condensateur. Pour cela on mesure la capacité à l'aide d'un RLC-mètre à haute fréquence (100 kHz) pour limiter les incertitudes (cf notice du RLC) et on se place sur la mesure de " $C$ ". Un RLC-mètre fonctionne sur la base du montage à A.O. suivant :



En mesurant la phase et l'amplitude de  $U_s$  on peut remonter à l'impédance car  $U_s/U_e = -Z/R$ . L'angle donné en haut à droite de l'écran du RLC-mètre est le déphasage entre  $U_s$  et  $U_e$ , c'est donc une mesure directe de la phase de  $Z$  et donc du caractère capacitif/résistif/inductif du composant testé. On

a intérêt à avoir  $Z$  "ni trop grand ni trop petit"  $\rightarrow$  si on veut mesurer de faibles capacités on travaille à haute fréquence ( $Z = 1/jC\omega$ )

### Mesure de $e$ :

On doit effectuer un étalonnage préalable de la vis micrométrique, en effet un déplacement nul de celle-ci ne correspond pas au cas où les deux plaques se touchent. Pour cela on utilise une bille prévue à cette effet (10 millimètres), à mesurer au pied à coulisse pour faire bon genre. On peut également avec celle-ci évaluer le parallélisme des deux plaques, en mesurant l'espacement à différent endroits de la plaque. On a mesuré un écart maximal de 0.4mm. Pour calculer la valeur de l'offset (espacement entre les plaques lorsque le vernier indique 0), on fait la moyenne des écarts entre l'espacement mesuré et le rayon de la bille. On trouve 0.7mm.

Enfin la surface  $S$  en regard est donné dans la notice. Pour tenir compte de l'effet des capacités parasites résiduelles on ajuste une droite affine où l'ordonnée à l'origine prend en compte ces effets. On obtient la courbe suivante :

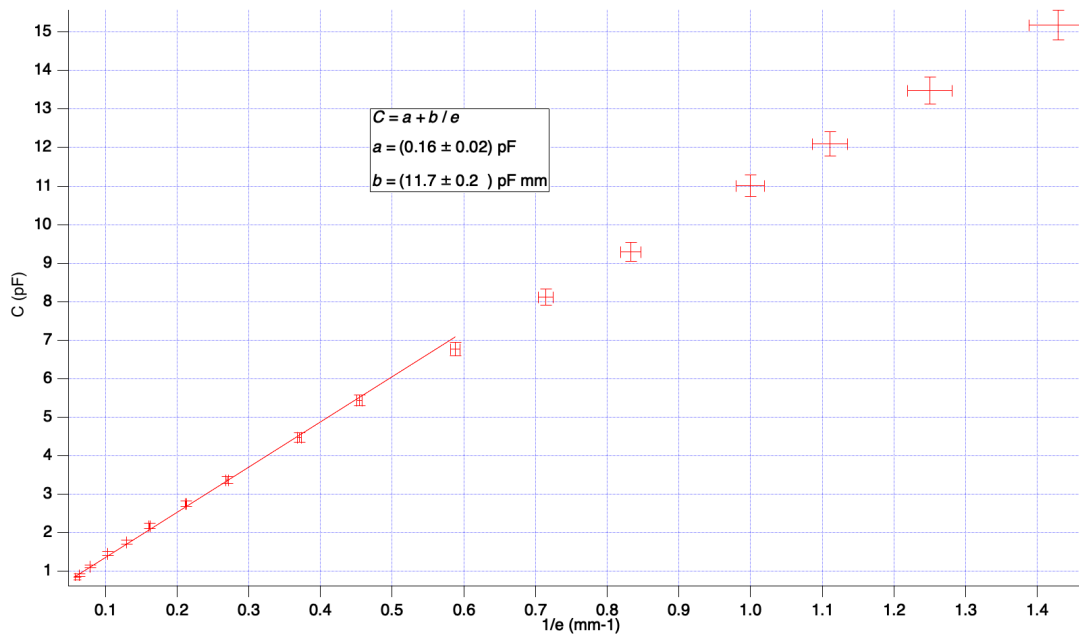


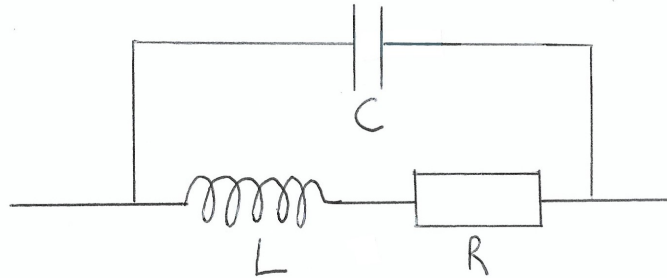
Figure 2 – On n'ajuste que sur les premiers points pour éviter de voir le non parallélisme des plaques. D'ailleurs, lorsque  $e$  est faible,  $C$  croît moins vite que  $1/e$ , les lignes de champ n'étant plus orthogonales aux surfaces, l'interaction est plus faible

**Transition :** Maintenant qu'on a mis en évidence le phénomène, on va examiner le comportement d'une bobine à haute fréquence.

*Bien jouer sur le suspense : c'est quand même inattendu qu'une bobine devine un condensateur à haute fréquence !*

## II Effet capacitif dans une bobine à haute fréquence

⚠ La physique de cette partie est cassée et en réparation chez JBD, merci de bien vouloir patienter



D'après le schéma on a

$$1/Z = jC\omega + \frac{1}{r + jL\omega} \sim jC\omega \quad \text{lorsque } \omega \rightarrow \infty$$

**Transition :** Ici on a vu l'influence dans le domaine fréquentiel ainsi que sur la phase d'un signal des effets capacitifs. On peut également voir leurs influences dans le domaine temporel à travers l'étude de la capacité de jonction d'une photodiode, qui va jouer sur son temps de réponse.

## III Mesure de la capacité de jonction d'une photodiode

Circuit présenté dans le poly de JBD [3], éléments théoriques dans le chapitre jonction pn de [6]

*Ci-dessous explication qualitative, ne pas en parler pendant la présentation, utile pour justifier l'existence d'une capacité*

Une photodiode est constituée d'une jonction pn. Le côté p possède un excédent de trous libres et des porteurs de charge fixes négatifs. Le côté n possède un excédent d'électrons libres et des porteurs de charge fixes positifs. Lorsqu'on les approche, les électrons et les trous vont diffuser (trou vers n et électrons vers p), créant une zone de charge d'espace (là où les porteurs de charge fixe n'ont plus un électron/trou pour les neutraliser) créant un champ électrique qui s'oppose à la diffusion des électrons/trous. On a donc un champ électrique entre deux conducteurs portant des charges surfaciques : effet capacitif.

Avec un modèle d'une jonction pn abrupte 2D plan-plan polarisée en inverse on montre que :

$$C_J = \frac{C_0}{\sqrt{1 + |V_d|/V_0}}$$

où  $V_d$  est la tension appliquée à la photodiode et  $V_0$  est le potentiel de la barrière, tq  $eV_0$  est la différence d'énergie de part et d'autre de la zone de charge libre. On cherche à vérifier cette loi, en ajustant  $C_0$  et  $V_0$ .

**Protocole :** On utilise la plaquette du département prévu à cet effet. On envoie une tension continue sur la photodiode (quelques volts, potentiomètre  $V_0$ ) avec une légère modulation ( $\sim 100$  mV) à 500 Hz environ. On choisit une fréquence suffisamment faible pour que le régime permanent soit atteint et suffisamment grande pour la rapidité de la mesure. Il faut placer une résistance ( $200\Omega$ ) en série de la LED pour la protéger. On place une forte résistance en série avec la photodiode pour convertir le courant produit en une tension importante (on a pris  $R_m = 100$  k $\Omega$ ). On place également un voltmètre aux bornes de la photodiode pour relever sa tension (on le retire lors de la mesure du temps de monter, ça perturbe le signal). Puis on mesure le temps de montée à 63% de la tension aux bornes de la résistance pour en déduire  $\tau = mC$  et donc  $C$ .

Expérimentalement, on a le schéma électrique suivant :

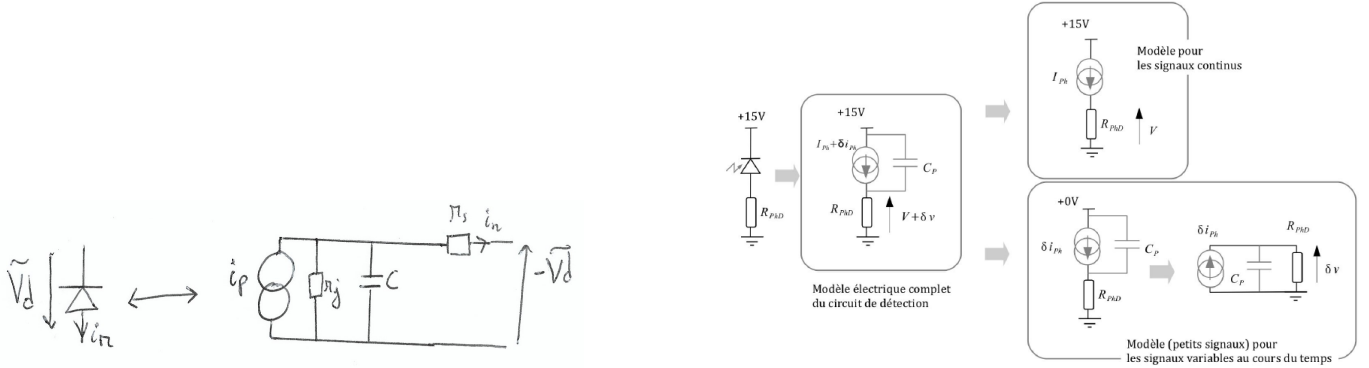


Figure 3 – Modélisation de la photodiode pour des petits signaux autour du point de fonctionnement. Le schéma équivalent est tiré de la notice de la photodiode [8]. Dans la suite on néglige  $r_s$  devant  $R_m$  et on suppose que  $r_j$  est infinie, il ne reste donc plus qu'une source de courant en parallèle avec une capacité. Expérimentalement, on relève  $\delta v$  à l'oscilloscope. Le schéma de droite est tiré de [5]

La puissance optique reçue a une composante continue (la tension continue dans la photodiode) et une petite modulation (celle à 500 Hz). Or on veut mesurer le temps de réponse à  $V_d$  fixé, c'est pourquoi il faut prendre une composante continue importante, pour pouvoir négliger les modulations.

On a alors les deux équations suivantes, avec un  $\sim$  pour les modulations

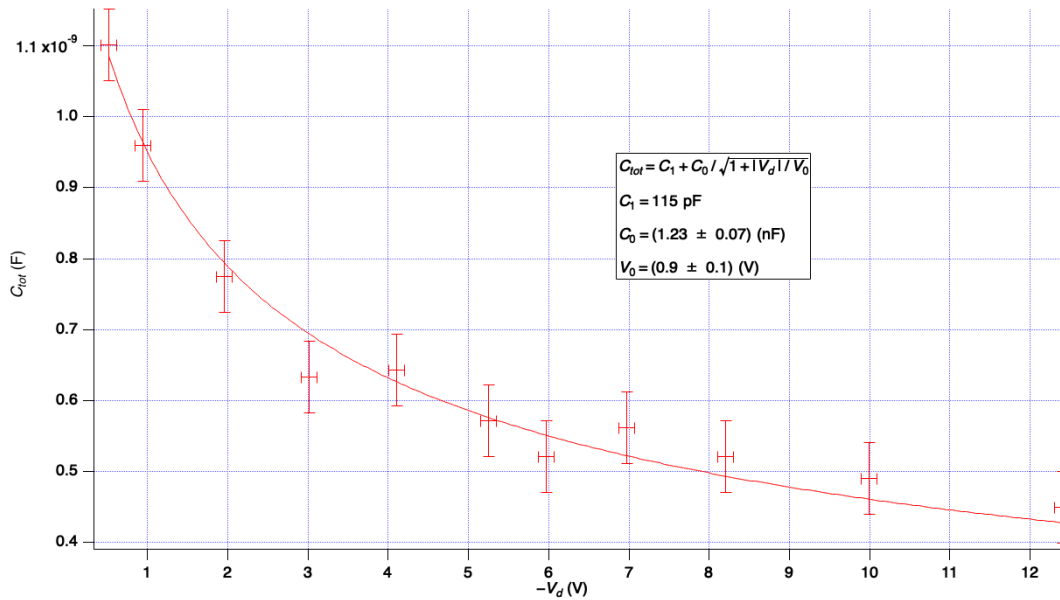
$$V_{\text{pol}} = \langle V_d \rangle + R_m \langle i \rangle = \langle V_{\text{pol}} \rangle \quad R_m \tilde{i} = -\tilde{V}_d$$

Or pour des petites variations, la photodiode se modélise comme une source de courant en parallèle avec une capacité de jonction  $C$  (celle qu'on a modélisé juste au-dessus). En regardant la seconde équation, on a donc un circuit RC avec une source de courant alternative, d'où un modèle du premier ordre et un temps de réponse à 63%.

*Ici on n'utilise pas de montage plus compliqué (montage transimpédance) car il faudrait prendre en compte la fonction de transfert de l'A.O. ce qui complique grandement le système (car sa fonction de*

*transfert n'est pas un simple premier ordre). la méthode utilisée ici ne serait plus adaptée, puisqu'on aurait un système d'ordre supérieur.*

On fixe une capacité parasite à 115pF, capacité du câble coaxial reliant la photodiode à la carte mesuré au RLC-mètre. On obtient la courbe suivante :



L'ajustement donne :

$$C_0 = 1.23 \pm 0.07 \text{ nF} \quad V_0 = 0.9 \pm 0.1 \text{ V}$$

La notice indique une valeur de capacité de  $\sim 350\text{pF}$  pour une tension de 10V, relativement en accord avec ce qu'on mesure ici. La tension de seuil  $V_0$  est un peu plus faible qu'un volt, ce qui est cohérent.

*On ne peut pas dire beaucoup plus des valeurs, voir commentaire correcteur ci-dessous*

On a intérêt à prendre  $|V_d|$  le plus grand possible pour que la diode soit la plus rapide possible, attention tout de même à ne pas dépasser la tension de claquage.

→ Ici le modèle n'est pas forcément pertinent, on ne sait pas comment est faite la photodiode à l'intérieur, dire simplement que c'est la bonne tendance.

→ En pratique on préférera utiliser un montage transimpédance pour avoir un temps de réponse plus court. Mais ici, un circuit transimpédance avec un A.O.rendrait beaucoup plus complexe la fonction de transfert, en particulier on n'aurait plus un premier ordre, donc la mesure se complexifie (on a plus  $\tau = R_m C$ ). On ne cherche pas à être efficace, on cherche à mettre en évidence le phénomène capacitif.

*Ne pas utiliser la photodiode de la carte fibre optique plastique : même si l'éclairage avec la LED est plus simple, on n'a pas assez d'amplitude sur  $V_{extpol}$  pour bien mettre en lumière les variations d'effets capacitifs*

## A Correction

En attente de la vidéo du montage.

## B Commentaires

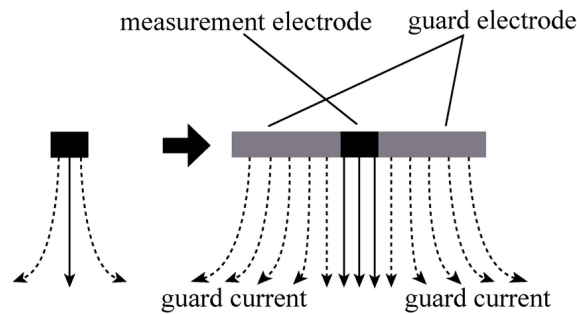


Figure 4 – Intérêt de l'électrode de garde pour éviter les effets de bords

### B.1 Electrode de garde

L'électrode de garde a deux rôles :

1. Éviter les effets de bord
2. Minimiser l'effet des capacités parasites

#### B.1.1 Éviter les effets de bord

Dans le montage du condensateur d'Aepinus, on a deux plaques de cuivre en regard. L'une a une surface plus petite que l'autre et est surmontée d'un cadre en aluminium (voir photo dans la notice [1]). Celle qui a la plus petite surface ne perçoit pas les effets de bord : les lignes de champ sont bien orthogonales aux surfaces loin des bords. C'est donc l'aluminium qui va récupérer les lignes de champs non orthogonales, introduisant une première capacité parasite dans le système, dont il va falloir se débarrasser.

#### B.1.2 Éliminer les capacités parasites

Lorsqu'on veut mesurer la capacité du condensateur, d'autres capacités parasites viennent s'ajouter : celle due aux effets de bord, celle du câble coaxial, celle entre le câble coaxial et le fil de la borne 1. Dans le RLC-mètre il y a un montage suiveur qui permet de s'en affranchir, comme on va le voir.

Capacités en présence:

- La capacité qu'on cherche à mesurer  $C_u$ , qui est la capacité entre les bornes 1 et 2

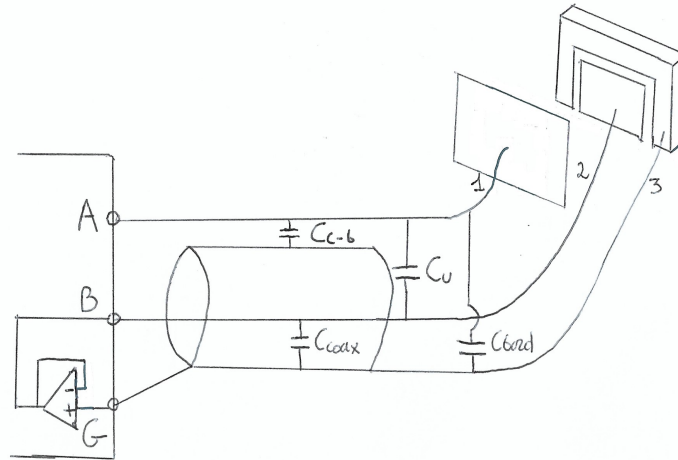


Figure 5 – La plaque 1 a (presque) la même taille que le cadre en aluminium pour donc plus grand que la plaque 2, pour pouvoir absorber les effets de bord

- La capacité due aux effets de bord  $C_{\text{bord}}$ , entre les bornes 1 et 3
- La capacité du câble coaxial  $C_{\text{coax}}$ , entre les bornes 2 et 3
- La capacité entre le câble coaxial et le fil  $C_{\text{c-b}}$ , entre les bornes 1 et 3.

Dans le RLC-mètre on a un A.O. placé en suiveur entre les bornes 2 et 3, ce qui impose le même potentiel aux bornes 2 et 3, et élimine donc la capacité du câble coaxial ( $C = U/Q = 0$ ).

Il ne nous reste plus que des capacités en parallèle de  $C_u$ . Or elles sont toutes les deux en série avec l'A.O. qui a une très grande impédance, donc leur effet est négligeable, du moins tant qu'on est à suffisamment haute fréquence (résistance entrée de l'AO  $\sim 10^{12}\Omega$ , on a de la marge...). Puisqu'on a imposé  $V_B = V_G$  avec le suiveur, elles sont en parallèle de  $C_u$ , on a alors le montage électrique équivalent suivant :

Donc avec ce montage, on s'affranchit à la fois des effets de bord et des capacités parasites du branchement ! (cbô)

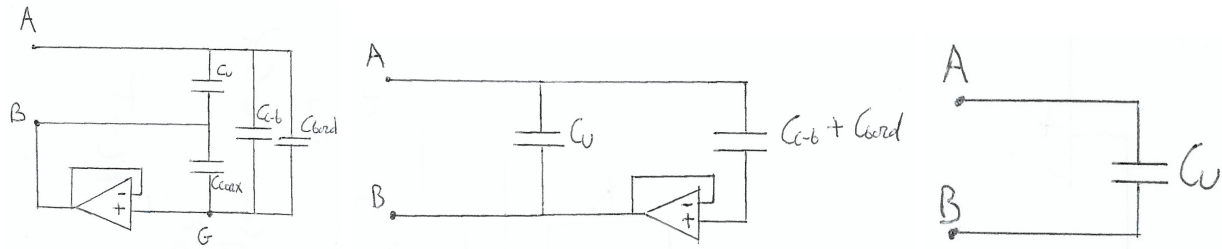


Figure 6 – On a déjà montré que  $C_{\text{coax}}$  n'intervient plus, puisque  $V_B = V_G$ . Pour la même raison on peut mettre les capacités restantes en parallèle avec  $C_u$  et en série avec l'A.O. (2 capacité en parallèle s'additionnent). Or l'impédance d'entrée de l'A.O. est très grand devant l'impédance des capacités ici, on peut donc considérer qu'il n'y a pas de courant appelé dans  $C_{c-b} + C_{\text{bord}}$  donc on ne mesure finalement que  $C_u$ .

## C Principe de fonctionnement d'une photodiode

Pour plus de détail, voir [6]

Une photodiode est une jonction pn, où un champ électrique règne en son sein, du fait de la présence de corps avec un excès/défaut de charge de part et d'autre de la jonction (semi-conducteur extrinsèque dopé n ou p). Lorsqu'un photon est absorbé dans cette partie, son énergie est libérée pour former une paire électron/trou, qui vont être conduits par le champ électrique, donnant lieu à un courant. Ce courant est proportionnel au nombre de photon incident, mais quasiment indépendant de la tension de polarisation (car il y a un facteur  $e^{eV_{\text{pol}}/k_B T}$  qui intervient et qui tue cette dépendance à température ambiante).

## D Autres expériences possibles

On avait envisagé d'étudier la capacité du câble coaxial, en étudiant la vitesse de propagation d'une impulsion et le coefficient de réflexion de celui-ci. Mais les mesures de coefficient de réflexion sont très imprécises avec une boîte à décade (l'impédance vue par l'impulsion est très compliquée vu la longueur de la boîte, sûrement pas juste une résistance). Surtout qu'une mesure au RLC-mètre donne la bonne valeur en 0.2 secondes, ça a donc un intérêt limité à notre avis. D'après JBD, on peut tout de même placer des petites résistances "en bouchon" de  $50 \Omega$  en sortie et montrer qu'il y a alors adaptation d'impédance. (cf [4] pour la théorie du coax)

Il serait aussi possible de faire un capteur de hauteur d'eau, mais d'après un précédent rapport cette mesure n'est pas très précise.

On peut aussi faire un multivibrateur astable, qui permet de mesurer des capacités (cf la notice, même si la maquette n'existe plus au département).

Il semble compliqué de monter une manip' sur un coin de table permettant de tirer profit de l'effet capacitif, et de ne pas uniquement montrer ses effets parasites (ce qui a été fait dans ce montage). On avait pensé à mesurer des picocourants produits par un A.O. (cf [2]) mais la manip nous semblait trop

"simple", il n'y a pas grand chose à faire, si ce n'est prendre une droite à l'oscilloscope...

## E Matériel

[7] [Notice du RLC<sub>mètre</sub> Agilent U1730C](#)

[8] [Photodiode PIN 10-DP](#)

## F Tableau présenté

En attente de la vidéo du montage.