

LP48: Phénomènes de résonances dans différents domaines de la physique

Armel JOUAN, Géraud DUPUY

Niveau : L2

Introduction

Amener le sujet avec une petite manip (1) sur le filtre actif passe bande de [2] (cf MP31), se placer en sweep, et observer un signal particulièrement fort à une fréquence donnée, on va chercher à comprendre ça.

1 Principe d'une résonance

1.1 Résonance en intensité dans le RLC série [6] 10.4

- Prendre le RLC série, excité par une entrée sinusoidale
- Donner l'équation différentielle
- Passer en sinusoidal forcé obtenir l'impédance totale du circuit
- L'intensité est donc une fonction de ω , dont on peut montrer qu'elle est maximale à $\omega = \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- Montrer que Q donne la largeur du pic, mais aussi l'intensité, puisqu'on a $I = \frac{E}{R} = E \sqrt{\frac{C}{L}} = Q I_o$
- CCL: Définition première et intuitive: la résonance est un phénomène où la réponse d'un système est maximale pour certaines fréquences, et dont l'acuité en fréquence est dictée par Q

1.2 Résonance et puissance [7]

- Exprimer la puissance dissipée dans la résistance comme $P_{dissipée} = R|I|^2$
- Montrer la résonance en puissance. Montrer qu'alors, la puissance dissipée est toute la puissance entrante
- Nouvelle définition de la résonance, plus globale: Régime où la transmission d'énergie de la consigne par le système est maximale
- De fait un système résonnant va dissiper son énergie à la fréquence propre
- Multiplier par i l'équa diff de la loi des mailles
- Faire rentrer les différents termes dans les dérivées
- Obtenir: $P_{injecté} = EI = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu_c^2 \right) + Ri^2 = \frac{d}{dt}(E_{stockée}) + P_{dissipée}$
- On a une énergie stockée donnée par $E_s = \left(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu_c^2 \right)$
- Proche de la résonance, on a $i = I_{max}\cos(\omega_o t)$ et $u_c = U_c\cos(\omega_o t + \phi_c)$
- On en déduit $E_s = \left(\frac{1}{2}LI_{max}^2 + \frac{1}{2}CU_c^2 \right)$
- On a $U_c = \frac{I_{max}}{C\omega_o} = \sqrt{\frac{L}{C}}I_{max}$
- On en déduit $\langle E_s \rangle = \frac{1}{2}LI_{max}^2$
- Par ailleurs $\langle P_{dissipée} \rangle = \frac{1}{2}RI_{max}^2$
- On obtiens dès lors $\frac{\langle E_{stockée} \rangle}{\langle P_{dissipée} \rangle} = \frac{Q}{\omega_o}$
- Vu que l'énergie se dissipe à la pulsation ω_o , alors on peut supposer la quantité précédente donne un temps caractéristique de dissipation en régime libre (Attention à pas en dire trop, notre résolution s'appuie quand même sur du sinusoidal forcé)
- On voit donc que plus la résonance est prononcée (facteur de qualité grand), plus les oscillations libres sont fortes.

1.3 Applications de la résonance (au choix l'une des deux sous parties :)

1.3.1 Retour sur l'expérience introductive

- Montrer sur slide le filtre actif du Krob, faire l'approximation des résistances et des capacités égales.
- Dire qu'on a la même fonction de transfert (ne pas faire la démonstration)
- Donner la valeur des coefficients
- Commentaire sur le fait qu'on peut obtenir de très grands facteurs de qualité plus facilement qu'avec un RLC
- Expliquer que cela peut servir à faire des très bonnes références de fréquences et donc de temps
- Montrer avec le facteur de qualité l'évolution du spectre et l'augmentation du temps de réponse

1.3.2 Analogie mécanique [6] 10.6

- Développer le cas de l'amortisseur avec des analogies avec l'électronique
- Expliquer que pour le confort on veut avoir généralement des amortisseurs qui offrent une résonance la plus petite possible
- Possibilité de parler du sismographe
- On peut aussi parler du film "Le salaire de la peur". Pour éviter que de la nitroglycérine dans le camion explose malgré les oscillations de la route, les personnages doivent aller soit très lentement, soit très vite. Ils choisissent la voie dangereuse car trop pressé

2 Cavité résonante [3], [4]

2.1 Principe

- Donner la structure d'une cavité Fabry-Pérot
- Paramétrer (schéma) : champs incidents, réfléchis, transmis, coefficients de réflexion, et de transmission des miroirs (identiques)
- Poser le déphasage ϕ après un aller-retour dans la cavité

- Faire le calcul du champ transmis (série géométrique), aboutir à l'expression :

$$E_t = \frac{E_i t^2}{1 - r^2 e^{-i\phi}} e^{-i\frac{\phi}{2}}$$

2.2 Résonance et finesse

- En déduire la transmittance de la cavité :

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{\alpha}\right) \sin^2\left(\frac{\pi\nu}{c/2L}\right)}, \text{ où } \alpha = \frac{1 - R}{\sqrt{R}}$$

- Donner l'allure de la courbe
- Discuter de la sélection de certaines fréquences : les **fréquences propres** de la cavité, espacées de l'ISL $\Delta\nu_L = \frac{c}{2L}$, pour lesquelles on a résonance (transmittance maximale)
- Définir le facteur de qualité de la cavité par analogie électronique $Q = \frac{\nu}{\Delta\nu}$ (ODG $\sim 10^8$ pour la cavité utilisée dans le laser He-Ne par exemple). En optique, on préfère définir la finesse \mathcal{F} :

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\nu_L}{\Delta\nu}$$

- La finesse donne alors le pouvoir de résolution de la cavité en tant qu'interféromètre. Donner des ODG ([3] p.68 et 84). Comparer au Michelson ($\mathcal{F} \simeq 2$, que deux ondes qui se superposent). On peut ainsi résoudre le doublet du sodium (images F-P vs Michelson)
- La cavité va donc transmettre l'énergie optique pour les fréquences propres qui constituent ici les fréquences de résonance (superposition d'ondes stationnaires, voir [4]), ce qui est bien caractéristique ("couplage" optimisé avec l'extérieur) du phénomène de résonance et tout à fait analogue au RLC.
- Applications : spectroscopie/analyse spectrale, filtres interférentiels très sélectifs, cavité laser (combinée à un milieu amplificateur).
- En fonction du 1.3, décrire rapidement le fonctionnement d'un laser par analogie avec un oscillateur électronique [5].

Conclusion

Ouvrir vers d'autres domaines de la physique où intervient le phénomène de résonance : mécanique (amortisseur, sismographe, Millenium Bridge), quantique (RMN, transitions électroniques, électron élastiquement lié), acoustique, etc. *ET/OU* vers les oscillateurs en fonction de ce qui a été traité en 1.3.

Bibliographie

- [1] Pérez, Mécanique
- [2] Michel Krob, **Electronique expérimentale**
- [3] Hennequin, Zehnlé, Dangoisse, **Les lasers** : chap 3
- [4] Cagnac, Faroux, **Lasers** : chap 9 pour la discussion énergétique
- [5] **Tout-en-un PC/PC***, Sanz
 - Chap 30 p.1061 pour le modèle des probas de transition, l'inversion de population, et le laser comme oscillateur optique
 - Chap 31 p.1095 pour se refaire une culture sur le faisceau laser
- [6] **Tout-en-un PCSI**, Sanz: Chap 10, sinusoidal forcé
- [7] Bilan de puissance en régime forcé :
<http://astro.physics.free.fr/pcsi/11.pdf>
- [8] Aspect, Grynberg: complément 3.A

Manipulations, ressources

- (1) Filtre passe bande actif du 2nd ordre, cf [2] et MP31
- (2) Mise en évidence de la résonance en intensité dans le RLC