

Mécanisme de conduction dans les solides. Effet Hall.

Romain RESCANIERES

3 mai 2021

Table des matières

I	Modèle classique de Drude (1900)	1
I.1	Hypothèses de Drude	1
I.2	Conductivité à $\vec{E} = c\vec{s}te$	2
II	Effet Hall	2
II.1	Aspects théoriques	2
II.2	Aspects expérimentaux	3
III	Vers un modèle quantique de la conduction	3
III.1	Limites du modèle de Drude	3
III.2	Isolants et conducteurs	3

Niveau

L3

Prérequis

- Constitution de la matière : électrons de cœur et de valence
- Phys stat : thm d'équipartition de l'NRJ
- Phys du solide : gaz d'électrons libres à 0K, dynamique des électrons à 0 K, théorie des bandes

Introduction

Dans les solides qui nous entourent, on va chercher à les classer selon leurs propriétés, et typiquement leur conductivité. On distinguera les conducteurs et les isolants, et même parmi les conducteurs, les conductivités peuvent être très différentes.

On va développer un modèle classique, pour un métal à partir du comportement des électrons.

I Modèle classique de Drude (1900)

I.1 Hypothèses de Drude

Il s'inspire de la théorie cinétique des gaz.

[Diapo] : Noyau entouré par un cortège électronique. On considère les noyaux et le cortège des électrons de cœur sont fixes dans le référentiel du métal.

Densité d'électrons de conduction :

$$n_C = Z \times \mathcal{N}_A \frac{\rho}{M}$$

Pour le cuivre, $Z = 1$, et on trouve $n_C = 8 \times 10^{28} \text{m}^{-3}$.

[Diapo] : Autres hypothèses sur diapo : électrons indépendants et libres. Avec tous ces hypothèses, on va déterminer les propriétés de conduction des métaux.

Transition : Avec ces hypothèses, si pas de champ \vec{E} , la vitesse moyenne est nulle. On va donc étudier le comportement du métal sous un champ \vec{E} .

I.2 Conductivité à $\vec{E} = c\vec{s}te$

On se place dans le référentiel des ions fixes, galiléen. Le système étudié est un volume mésoscopique fermé d'électrons. On injecte un champ \vec{E} uniforme et stationnaire. On va faire une modélisation des collisions, avec un modèle statistique : on note $\vec{p}(t)$ la quantité de mouvement par électrons. Que vaut $\vec{p}(t + dt)$?

La probabilité qu'un électron subisse un choc entre t et $t + dt$ est $P = \frac{dt}{\tau}$. La contribution des électrons ne subissant pas de collisions entre t et $t + dt$ est :

$$\vec{p}(t + dt)|_{\text{pas de coll.}} = \left(1 - \frac{dt}{\tau}\right)(\vec{p}(t) - e\vec{E}dt)$$

Celle des électrons qui ont subi une collision entre t et $t + dt$ est :

$$\vec{p}(t + dt)|_{\text{coll.}} \leq \frac{dt}{\tau}(-e\vec{E}dt) \quad \text{beurk, pas bô l'inégalité de vecteurs}$$

A l'ordre 1 :

$$\vec{p}(t + dt) - \vec{p}(t) = \frac{\vec{p}(t)}{\tau}dt - e\vec{E}dt$$

Ainsi :

$$\frac{\vec{p}(t + dt) - \vec{p}(t)}{dt} = -\frac{\vec{p}(t)}{\tau} + e\vec{E}$$

On trouve donc une force de frottement modélisant les collisions.

En régime permanent :

$$\langle \vec{v} \rangle = -\frac{e\tau}{m}\vec{E} = -\mu\vec{E}$$

où $\mu = \frac{e\tau}{m} > 0$ la mobilité des électrons.

Pour la conductivité :

$$\vec{j} = -ne\langle \vec{v} \rangle = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E} = \gamma\vec{E}$$

avec $\gamma = \frac{ne^2\tau}{m}$ la conductivité.

A.N : $\gamma(Cu) = 5.87 \times 10^7 \text{S m}^{-1}$ à 300 K. Donc $\tau = 10^{-14} \text{s}$ et $\mu = 5 \times 10^{-8} \text{m}^2/\text{s/V}$. Sous un champ pde 1 V/m, $\langle \vec{v} \rangle = 0.5 \text{m s}^{-1}$

Libre parcours moyen : $l = \tau u^*$. Avec le thm d'équipartition de l'énergie, on connaît $u^* = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$. On trouve $u^* = 10^5 \text{m s}^{-1} \Rightarrow l = 3 \times 10^{-9} \text{m}$.

II Effet Hall

II.1 Aspects théoriques

Schéma de l'effet Hall + mvt d'un électron dans le conducteur. On peut mesurer la tension Hall, U_H . En régime permanent, on peut utiliser les équations vues plus haut, car pas de courant dans la direction de mesure de U_H .

On reprend un référentiel galiléen, celui du réseau, pour le système constitué par un volume mésoscopique d'électrons de conduction. Avec le PFD :

$$m \frac{d\langle \vec{v} \rangle}{dt} = -e\vec{E} - \frac{m\langle \vec{v} \rangle}{\tau} - e\langle \vec{v} \rangle \wedge \vec{B}$$

Or, $\vec{j} = -en\langle\vec{v}\rangle$, donc, en régime permanent :

$$\vec{j} = \frac{e^2 n \tau}{m} \vec{E} - \frac{e \tau}{m} \vec{j} \wedge \vec{B} = \gamma \vec{E} - \frac{e \tau}{m} \vec{j} \wedge \vec{B}$$

Ici, $j_y = 0 = j_z$ et $\vec{B} = B\vec{e}_z$. Donc, selon y :

$$E_y = \frac{-e \tau j_x}{\gamma m} B$$

On appelle constante de Hall :

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B} = -\frac{1}{ne} < 0$$

A.N : $R_H(Cu)$ vaut par le calcul $-7 \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{C}$ à 300K, et expérimentalement $-5 \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{C}$, donc ce modèle est cohérent.

II.2 Aspects expérimentaux

Si j_x est uniforme :

$$j_x = \frac{I}{bc} \Rightarrow U_H = -E_y c = \frac{1}{neb} IB$$

[Diapo] : Champ de Hall en fonction de la tension de Hall, pour différents courants.

[Diapo] : Problème : pour l'alu, la constante de Hall est positive... Impossible a priori...

III Vers un modèle quantique de la conduction

III.1 Limites du modèle de Drude

$R_H > 0$: porteurs de charges positifs ?

Libre parcours moyen : à $T = 0\text{K}$, $v_F = \hbar \frac{k_F}{m} = \frac{\hbar}{m} (3\pi^2 n)^{1/3}$

$$v_f = 1 \times 10^6 \text{meter/s} > u^* \Rightarrow l = v_F \tau = 3 \times 10^{-8} \text{m}$$

Le modèle de Drude ne fait pas la différence entre les conducteurs et les isolants...

III.2 Isolants et conducteurs

[Diapo] : Bande d'énergie, E en fonction de k . Sur cette bande d'énergie, tous les états k ne sont pas accessibles, ils sont quantifiés. Il faut prendre en compte une densité d'états.

On introduit $g(\vec{k}) = 2 \times \frac{V}{(2\pi)^3}$. A $T = 0 \text{ K}$:

$$n = \int_{\text{états occupés}} g(\vec{k}) d\vec{k}$$

Or, $\vec{v}_e = \frac{1}{\hbar} \vec{\nabla}_{\vec{k}}(E)$, d'où :

$$\vec{j} = \frac{-e}{\hbar} \int_{\text{états occupés}} g(\vec{k}) \vec{\nabla}_{\vec{k}}(E) d\vec{k}$$

On devra utiliser des SC pour faire des capteurs sensibles.

Conclusion

Questions

- Justifier votre plan ? → Ne pas partir sur un modèle quantique directement, utiliser un modèle usuel classique, avec ses limites.
- Quels sont les trois points clés à retenir ? → Hypothèses de Drude, utilité de l'effet Hall, et le fait qu'on peut aller plus loin avec un modèle quantique (corriger certaines grandeurs introduites par Drude).
- Vous avez discuté des collisions, dans le modèle de Drude, on a une probabilité qui apparaît. Quelles hypothèses sont nécessaires ? → On fait un modèle de temps moyen de collisions... Je sais pas trop...
- Si τ était bcp plus petit, vous feriez pareil ? → Au premier ordre, je dirais que oui...
- A quoi correspondent les chocs ? → Dans le modèle de Drude, collisions entre les électrons et les ions fixes. En dehors du modèle de Drude, la fonction d'onde de l'électron en prend en compte la périodicité du réseau. C'est la variation de ce potentiel périodique (en non-périodicités) qui fait diffuser les électrons.
- Pourquoi négliger les interactions entre les électrons ? → A priori, c'est moins grave de négliger ça plutôt que l'interaction entre électrons et ions qui sont de charges opposés et qui risquent bien de collisionner. Avec le modèle quantique, on peut montrer qu'une modélisation qui néglige les interactions entre électrons donne un conducteur, alors que le matériau est isolant (électrons dans les orbitales d).
- Quelle est l'explication quantique pour la constante de Hall de l'alu positive ? → Il faut prendre en compte les trous. Dans les SC, le gap est tel qu'à température ambiante, on peut exciter des électrons dans la bande de conduction, et on crée des trous.
- L'alu c'est un SC ? → Non... A la limite... Mais je crois qu'il y a une autre explication...
- Que se passe-t-il si on augmente la température pour la conductivité ? → La conductivité décroît avec la température. Dans le modèle de Drude, si on fait $\tau(T)$, on peut le prendre en compte. Avec le modèle quantique, on excite de plus en plus de phonons, donc de plus en plus de chocs.
- Avec le modèle du libre parcours moyen, on a déjà la dépendance de τ avec la température.
- Qu'est-ce qui change d'autre avec T ? → La densité de porteurs !
- La notion de conducteurs et isolants est-elle absolue ? → Non, elle dépend de T a priori... Pour moi c'est défini à 0 K.
- C'est quoi un métal par rapport à un conducteur ? → Je sais pas...
- Un plasma c'est conducteur ou pas ? → La conductivité est imaginaire pure, pas de transfert d'énergie du fait du passage d'un courant, entre le champ et les charges du milieu. Peut-être qu'un conducteur c'est un matériau où j a une partie réelle non nulle ?
- C'est plus dur que ça... Non, un métal est conducteur parce que des orbitales électroniques se recouvrent (hybridation). C'est très compliqué à définir proprement... En plus ça dépend de la fréquence ! Les gens de la MC ne sont pas tous d'accord sur la def...
- Si je veux changer le nombre de porteurs de charges, qu'est-ce que je peux faire ? → Dans un SC, on peut ajouter des impuretés en dopant (explique l'apparition de nouvelles bandes avec les mains). A température ambiante, ce sont ces impuretés qui vont amener les électrons de conduction (on rajoute du phosphore dans le silicium).
- Si je rajoute de l'oxygène dans le silicium ? → Il est trop électronégatif, il garde ses électrons.
- Différence SC à gap direct et indirect ? → A gap direct, les bandes de conduction et de valence sont l'une sous l'autre, à gap indirect elles sont décalées. Dans un SC indirect, il faut éclairer puis décaler le vecteur d'onde (avec des interactions avec les phonons) pour faire transiter les électrons de la BV à la BC.
- Comment augmenter le nombre de porteurs dans un conducteur ? → Avec un rayonnement.
- Encore ? → Par des hybridations, en comprimant le matériau.
- Si l'intensité est trop forte, ou le champ magnétique trop fort, il se passe quoi pour l'effet Hall ? → On finit par avoir une force de Laplace !

Commentaires

- La leçon est bien menée, le schéma est clair dans votre tête, vous maîtrisez.
- La leçon était un peu trop rapide, en particulier le développement théorique. C'est pas vraiment la

façon canonique de faire Drude, donc bien que ce soit intéressant, peut-être qu'on pourrait simplifier. On avait écrit :

$$\vec{p}(t + dt)|_{\text{pas de coll.}} = \left(1 - \frac{dt}{\tau}\right)(\vec{p}(t) - e\vec{E}dt)$$

et :

$$\vec{p}(t + dt)|_{\text{coll.}} \leq \frac{dt}{\tau}(-e\vec{E}dt)$$

On aurait mieux fait d'écrire :

$$\vec{p}(t + dt)|_{\text{coll.}} = \frac{dt}{\tau}(-e\vec{E}dt + \vec{p}_i)$$

- La leçon est très riche, il faudrait réussir à raccourcir le début, pour montrer la partie III plus proprement. La fin était trop rapide.
- Peut-être que ce n'est pas forcément la peine de rentrer dans le détail théorique, pour pouvoir appuyer sur le modèle des bandes.
- Attention, ne pas s'arrêter sur les limites. C'est un peu dramatique. Si on met la théorie des bandes en conclusion, il faut bien insister, ne pas survoler.
- Le modèle de Drude peut faire la différence entre conducteurs et isolants, si dans les électrons de valence on prend en compte plutôt les électrons de conduction en fait... Il faut peut-être nuancer un peu, le modèle de Drude marche plutôt bien, même si on sait pas trop pourquoi...