

# LP45: Paramagnétisme, ferromagnétisme, approximation du champ moyen

**Armel JOUAN, Géraud DUPUY**

## Leçons annexes :

- Descriptions classique et quantique du paramagnétisme
- Milieux magnétiques: diamagnétisme, paramagnétisme, ferromagnétisme.

## Niveau : L3

## Prérequis

- Electromagnétisme
- Ensemble canonique
- Phénoménologie du magnétisme

# 1 Origine du magnétisme

## 1.1 Moment magnétique classique [3] chap 7 1.1 et 1.2

- Donner l'hamiltonien d'interaction magnétique  $H_{mag} = -\vec{M} \cdot \vec{B}$
- Macroscopiquement, on voit que si on a une aimantation, elle va vouloir s'aligner à un champ  $\vec{B}$  environnant pour minimiser son énergie
- Voyons microscopiquement comment naît une telle aimantation. On va essayer de la justifier à partir des moments magnétiques des électrons autour des atomes
- Première approche, un électron autour d'un atome. Il orbite circulairement (rayon  $R$ ) avec une période  $T$  (justifié de considérer que ça forme une spire de courant au vu des échelles de temps)
- On a un moment magnétique orbital qui se crée de la forme :  
$$\vec{\mu} = I \vec{S} = \frac{-e}{T} \pi R^2 \vec{u} = \frac{-ev}{2\pi R} \pi R^2 \vec{u} = \frac{-ev}{2} R \vec{u} = \frac{-e}{2m} \vec{L}$$

- Avec  $\vec{L}$  le moment cinétique de l'électron
- On peut définir un rapport gyromagnétique  $\gamma = -\frac{e}{2m}$

## 1.2 Moment magnétique quantique

- On sait que le moment cinétique est quantifié par  $\hbar$  sous la forme d'un spin  $\vec{S}$
- On peut donc, pour l'électron, considérer un moment magnétique associé au moment cinétique par analogie. On associe à ce quantum de moment cinétique un quantum de moment magnétique pour l'électron avec le facteur gyromagnétique classique
- On définit le magnéton de Bohr  $\mu_b = |\gamma\hbar| = \frac{e\hbar}{2m}$
- Dans la réalité, on doit prendre en compte une correction avec le facteur de Landé  $g$  (approximativement 2 pour l'électron). On a alors  $\vec{\mu}_e = -g\mu_b\vec{S}$
- En quantique, on doit prendre en compte un moment cinétique total  $\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$
- On en déduit  $\vec{\mu}_e = -g_j\mu_b\vec{J}$
- Voyons comment ces moments cinétiques d'électrons expliquent les propriétés magnétiques des atomes

## 1.3 Lien avec le magnétisme macroscopique

- On prend un atome quelconque
- L'essentiel du moment magnétique est la somme des moments magnétiques des électrons, l'impact du noyau est très faible (rapport de 2000)
- On a donc un moment magnétique atomique total qui vaut  $\vec{\mu}_{at} = \sum_i \vec{\mu}_e^{(i)}$
- Si on a  $\vec{\mu}_{at} = \vec{0}$ , alors le milieu est dit diamagnétique et n'a pas de moment magnétique permanent
- Si à l'inverse  $\vec{\mu}_{at} \neq \vec{0}$ , alors on a un aimant permanent, et on distingue à nouveau en deux cas
- On définit l'aimantation locale  $\vec{m} = \langle \frac{1}{N} \vec{\mu}_{at} \rangle$  où on fait une moyenne statistique.
- Si à champ  $B$  nul on a  $\vec{m} = \vec{0}$ , alors on est paramagnétique, soit un matériau "aimantable"
- Si à champ  $B$  nul on a  $\vec{m} \neq \vec{0}$ , alors on est ferromagnétique, soit un matériau "aimanté"

- Montrer schéma de l'alignement en fonction de la présence ou non d'un champ extérieur

## 2 Paramagnétisme de Brillouin [1], [2]

### 2.1 Modélisation et hamiltonien

- Hypothèses/position du problème :
  - matériau paramagnétique constitué de  $N \gg 1$  atomes (approche statistique) en contact avec un thermostat à la température  $T$  (formalisme canonique)
  - On cherche à déterminer l'évolution de son aimantation locale  $\vec{m}$  sous l'effet d'un champ  $\vec{B} = B \vec{u}_z$
- Hamiltonien d'un atome = énergie d'interaction avec le champ magnétique :  $H_{at} = -\vec{\mu}_{at} \cdot \vec{B} = g_J \mu_B J_z B$
- Hamiltonien du matériau = somme des hamiltoniens atomiques (pas d'interactions entre les moments magnétiques) :  $H = \sum_{i=1}^N H_{at,i} = \sum_{i=1}^N \mu_B J_{z,i} B$

### 2.2 Fonction de partition et aimantation locale

- Hamiltonien séparable et atomes discernables, indépendants et identiques :  $Z = (z_{at})^N$
- Pour un électron de spin  $1/2$  sur une orbitale  $s$  (Fer en  $[Ar]3d^6 4s^2$ ), avec donc  $L = 0$  et  $J = S = 1/2$ , en posant  $\varepsilon_B = g_J \mu_B J B = \mu_B B$  (cas de l'électron) :

$$z_{at} = e^{\beta \varepsilon_B} + e^{-\beta \varepsilon_B} = 2ch(\beta \varepsilon_B)$$

- En déduire :

$$f = -k_B T \ln(z_{at}) = -k_B T \ln(2ch(\beta \varepsilon_B))$$

$$m = \vec{m} \cdot \vec{u}_z = -\frac{\partial f}{\partial B} = m_0 th\left(\frac{\varepsilon_B}{k_B T}\right)$$

- Donner l'allure des courbes pour différentes températures.
- Généralisation à  $J$  quelconque : fonction de Brillouin.

## 2.3 Susceptibilité et loi de Curie

- Définir la susceptibilité magnétique (sans dimension)  $\chi_m$
- Montrer qu'on peut l'exprimer comme  $\chi_m = \frac{C}{T}$
- ODG à température ambiante :  $n = 10^{29} \text{ m}^{-3}, T = 300 \text{ K}, m_0 = \mu_B \Rightarrow \chi_m \sim 3.10^{-3}$

**Transition :** pour expliquer le comportement particulier des matériaux ferromagnétiques (aimantation à champ nul), il faut introduire un nouveau modèle.

## 3 Magnétisme permanent : le ferromagnétisme [1], [2]

### 3.1 Modèle d'Ising [1], [2]

- Hypothèses du modèle (avec  $q$  le nombre de voisins)
- Discuter de la nature de l'interaction
- Hamiltonien d'Ising

### 3.2 Approximation de champ moyen [2]

- Sur diapo : approximation du champ moyen
- Simplification de l'Hamiltonien :

$$H_{CM} = \frac{NJq \left(\frac{m}{m_0}\right)^2}{2} + \left(m_0 B - J \frac{m}{m_0} q\right) \sum_{i=1}^N S_{i,z}$$

- En déduire la fonction de partition et l'énergie libre associées.

### 3.3 Aimantation [1], [2]

- Obtenir l'équation auto-cohérente
- Mise en évidence de la transition para-ferro (1 ou 3 solutions en fonction de la température). Poser la température de Curie  $T_c = \frac{Jq}{k_B}$  (ODG dans [1]). Montrer la vidéo (3)

- Discussion graphique à  $B = 0$  avec l'animation (2). Donner les allures correspondantes de l'aimantation (voir [1])
- Parler du phénomène d'hystérésis ?

## Bibliographie : démonstrations et exemples

[1] **Diu, Physique statistique**, chap 3 :

- Complément A (Para et Dia)
- Complément J (ferromagnétisme)

[2] **Texier, Physique statistique, Dunod.**

- Transition para-ferro avec l'approximation de champ moyen bien explicité à partir de la p.219
- Paramagnétisme p.113

[3] **BFR EM 4, Milieux matériels**, chap 7

[4] **Trémolet, Magnétisme, I - Fondements, PUG.** Approche phénoménologique complète du magnétisme. Les approches théoriques sont développées avec les différentes formes de magnétisme.

## Manipulations, ressources

- (1) Manip introductive de mise en évidence des différents comportements de matériaux magnétiques (cf MP 16)
- (2) Animation Python résolution graphique de l'équation autocohérente
- (3) Vidéo transition para ferro :  
[https://www.canal-u.tv/video/tele2sciences/temperature\\_de\\_curie\\_du\\_fer.8992](https://www.canal-u.tv/video/tele2sciences/temperature_de_curie_du_fer.8992)
- (4) Simulation Python du modèle d'Ising.