

# LP29: Ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs

**Armel JOUAN, Géraud DUPUY**

## Leçons annexes

- Onde à une interface vide/conducteur
- Ondes dans les plasmas
- Effet de peau. Comportement d'une onde électromagnétique à la surface d'un conducteur
- Effet de peau. Réflexion des ondes électromagnétiques planes à la surface d'un milieu conducteur.
- Dispersion et absorption

**Niveau : L2**

## Prérequis

- OEM dans le vide

## 1 OEM dans les milieux conducteurs

### 1.1 Modèle de Drude [3]

- Détailler les hypothèses historiques du modèle:
- Théorie cinétique des gaz sur les électrons de valence
- Négliger les interactions à distance entre les électrons et avec les ions (respectivement électrons indépendants et libres)
- N'interagit que par des chocs des électrons sur les ions. Probabilité de choc durant dt:  $dP = \frac{dt}{\tau}$ . En résulte une force en  $\vec{f} = -\frac{m\vec{v}}{\tau}$  (donner ODG pour  $\tau$ )
- Voir les remarques de [3] sur la validité du modèle p.11 et 12

## 1.2 Relation de structure

- Partir du PFD avec la force de frottement, et la force de Lorentz. On choisit une forme d'onde transverse, faire l'approximation non relativiste et en déduire que l'on ne garde que le terme électrique.
- $\vec{v}$  et  $\vec{E}$  sont parallèles, donc on supprime les termes convectifs d'Euler, et on a  $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial\vec{v}}{\partial t}$
- Se placer en régime sinusoïdal  $\vec{v} = \vec{v}_0 e^{i\omega t}$  forcé pour avoir  $m(i\omega)\vec{v} = -e\vec{E} - \frac{m\vec{v}}{\tau}$
- On obtient donc  $\vec{v} = \frac{-e\tau}{m(1+i\omega\tau)}\vec{E}$
- Lien courant-vitesse, obtenir la loi d'Ohm locale:  $\vec{j} = \sigma(\omega)\vec{E} = \frac{ne^2\tau/m}{1+i\omega\tau}\vec{E} = \frac{\sigma_0}{1+i\omega\tau}\vec{E}$
- Commentaire BF: Loi d'Ohm statique sans déphasage
- Commentaire HF: les électrons ne suivent plus la consigne trop rapide. On trouve  $j = 0$

## 1.3 Equation de propagation et relation de dispersion [4]

- Poser le PFD  $m\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau}\right)\vec{v} = -e\vec{E}$
- On passe au courant et on prend le rotationnel pour obtenir:  $m\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau}\right)\overrightarrow{rot}(\vec{j}) = ne^2\overrightarrow{rot}(\vec{E})$
- On utilise Maxwell Ampère:  $\overrightarrow{rot}(\vec{j}) = \frac{1}{\mu_0}\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}(\vec{B})) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial\overrightarrow{rot}(\vec{E})}{\partial t}$
- De même on utilise Maxwell Faraday:  $\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
- Aboutir à l'équation d'onde:  $\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau}\right)\left(\Delta\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}\right) = \frac{\omega_p^2}{c^2}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
- En introduisant une OPPH:  $\vec{B} = B_0 e^{i(\omega t - kz)}\vec{e}_y$
- Aboutir à une relation de dispersion  $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{i\omega\tau}{1+i\omega\tau}$
- Faire ressortir les deux grandeurs fondamentales:  $\tau$  et  $\omega_p$

## 1.4 Les différents régimes

- **Cas BF**  $\omega\tau \ll 1$  : on ne garde que  $k^2 = \frac{i\omega_p^2\omega\tau}{c^2}$
- On a donc  $k$  qui se décompose en une partie réelle (responsables de la propagation), et une partie imaginaire (responsable de l'absorption, ne garder que la solution - : le milieu n'est pas amplificateur)
- Introduire l'épaisseur de peau  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_o\omega\sigma_o}}$
- Ordre de grandeur, expliquer que le courant se déplace généralement en surface: pas besoin de câble très épais
- Point de vue énergétique: Calculer la puissance dissipée. Montrer que  $\langle P_v \rangle = \sigma_o \frac{E_o^2}{2}$ . Le conducteur reçoit de la puissance qu'il dissipe par effet Joule
- **Cas HF**  $\omega\tau \gg 1$  : on ne garde que  $k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$
- Si  $\omega < \omega_p$ , alors  $k$  est imaginaire pur et on a uniquement de l'atténuation, pas de propagation. Ondes évanescentes
- $\vec{j}$  et  $\vec{E}$  sont en opposition de phase, donc pas de puissance dissipée
- Si  $\omega > \omega_p$ , alors  $k$  est réel. On a une onde progressive. Le milieu est dit transparent. Pour  $\omega \gg \omega_p$ , la variation est trop rapide pour être ressenti par le milieu
- Pas hésiter à chaque étape à montrer une anim python, et à la fin à faire sur un axe les différents régimes en résumé: Effet de peau, miroir, transparent

## 2 Onde électromagnétique dans un plasma

### 2.1 Modèle microscopique

- Description du modèle
- Milieu partiellement ionisé
- Ions supposés fixes
- Globalement neutres (pour continuer à appliquer les eq dans le vide)
- Milieu dilué: Peu ou pas d'interactions:  $\tau \rightarrow \infty$
- Pulsation plasma différentes
- Exemples et ordres de grandeurs de densité de porteur (et donc de pulsations plasma: Ionosphères, foudres, soleil)

## 2.2 Relation caractéristique

- Partir des résultats du métal, dans la simplification  $\tau \rightarrow \infty$
- Arriver à une équation de Klein Gordon
- Retrouver le cas du métal à haute fréquence

## 2.3 Application aux télécommunications

- On étudie l'ionosphère
- Densité très variable en fonction du jour et de la nuit, mais on peut prendre  $n_{moy} = 10^{12} m^{-3}$  (voir épreuve C 2017)
- Application numérique de la fréquence plasma: 9MHz
- Faire la schéma des réflexions successives sur l'ionosphère
- Fréquence GPS: 1 GHz, pour traverser l'ionosphère
- Fréquence de radiotélécommunication autour de 100 kHz peuvent se propager pour atteindre des zones lointaines
- Parler de l'expérience de Marconi et la première discussion transatlantique

## Bibliographie

- [1] Garing, OEM dans le vide et les milieux conducteurs, chap 3
- [2] Olivier, Physique des ondes, chap 7 p.230 (pour l'effet de peau)
- [3] Ashcroft et Mermin, Physique des solides, Chapitre 1 Théorie de Drude des métaux
- [4] H Prépa Ondes, chap 7 et 8
- [5] CR LP29 Cassandra/Manon

## Manipulations, ressources

Animations python :

- Effet de peau
- Métal à HF, cas  $\omega < \omega_p$
- Métal à HF, cas  $\omega > \omega_p$

## **Notions annexes sur lesquelles se refaire une petite culture**

- Cas des plasmas
- Application au guidage des ondes
- Modèle du conducteur parfait
- Plasmons de surface

### **Remarques :**

- Mettre des ODG/exemples dès qu'on peut !
- Faire des diapos récapitulatives des différents cas rencontrés.