LP 27 : Propagation des ondes guidées

Benjamin Car

21/12/2020

"Les candidats doivent avoir réfléchi à la notion de vitesse de groupe et à son cadre d'utilisation. Les notions de modes et de fréquence de coupure doivent être exposées. On peut envisager d'autres ondes que les ondes électromagnétiques."

Niveau : CPGE
Prérequis :
- Equation d'ondes, Dispersion
- Propagation d'une onde EM dans le vide

Objectifs choisis

- Comprendre l'intérêt d'une propagation guidée
- Savoir manier les conditions aux limites et comprendre leur influence sur la propagation
- Connaître la notion de mode de propagation et les complications dues à la dispersion intermodale
- Comprendre le choix du guide en fonction de la longueur d'onde

---

Introduction :
Le nombre de fibres optiques déployées chaque années explose actuellement. Celle-ci permettent un transfert d'information rapide sur de longues distances grâces aux ondes électromagnétiques. En effet elles permettent d'éviter l'atténuation géométrique des onde en espace libre ainsi que les fluctuations qu'elle peuvent subir.
Le but de ce cours est de s'intéresser à cet enjeu sociétal actuel. Nous allons chercher à comprendre comment il est possible de guider une onde (de manière générale), de découvrir les caractéristiques particulières d'une propagation guidée (dans le cadre d'un modèle simple) et de comprendre les enjeux technologiques que cela implique.
Le principe de fonctionnement d'une fibre optique peut être décrit par l'optique géométrique. Ce modèle simpliste a le mérite de donner une intuition sur le fonctionnement réel d'une fibre.

1 Approche géométrique du guidage

1.1 Réflexion totale

Fibre à saut d'indice, réflexion totale et angle limite AN : $\theta_{lim} = \arccos\left(\frac{n_1}{n_0}\right) = 6.6^o$. (Garing) Incidences multiples réfléchies : qu'est-ce que cela implique ?

1.2 Temps de propagation

Calcul de la différence temporelle de propagation entre les angles extrêmes (Garing)

$$\Delta t = \frac{n_0 l}{c}\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right) \tag{1}$$

AN : $\Delta_t = 3,4\,\mu$s si $l = 100$ km. Ceci limite la fréquence à laquelle on peut envoyer de l'information (élargissement d'impulsions).
Trans : Dans ce modèle simple la propagation d'un nombre important d'incidence semble possible. Nous avons vu que ceci limite la fréquence d'information. Dans la réalité, seul un certain nombre de ces incidences vont pouvoir se propager. Afin de comprendre ce phénomène, il est nécessaire de prendre en compte le caractère ondulatoire de la lumière.

2 Guidage d'une onde électromagnétique

Le traitement du problème de la fibre optique est complexe. Afin de comprendre les principales caractéristiques du guidage, nous allons étudier un cas simplifié de propagation.

2.1 Champ E entre deux plans métalliques

Hypothèses : Propagation dans le vide (équation de d'Alembert) et métal parfait (champ E nul). Calcul en incidence nulle pour E (Sanz MP), influence des conditions aux limites importantes. En partant d'un solution particulière $\underline{\vec{E}} = E(x,y,z)e^{i(\omega t - kz)}\vec{e_y}$, on arrive à

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\sin(p\frac{\pi x}{a})\vec{e_y} \tag{2}$$

2.2 Structure de l'onde

Onde se propageant selon ez, stationnaire selon ex. Attention Non Plane !
Nombre de solution quantifié : Modes Transverses Electriques (faire dessins dans le plan x/y, animation dans le plan XZ). Remarque sur les TM.
Décomposition en onde plane, angles quantifiés et lien avec l'approche géométrique. Les angles qui se propagent dans une fibre sont donc discrets et correspondent aux modes de propagation : $\theta_p = \frac{p\pi}{ak}$

Trans : On a vu comment des conditions aux limites transverses permettent de propager l'énergie dans la direction souhaité. Cela ce fait au prix d'une propagation modale des ondes électromagnétiques. Retrouve-t-on le fait que ces différents modes se propagent à des vitesses différentes (comme intuité dans le I) ?

3 Conséquences de la dispersion

3.1 Relation de dispersion

Etablir la relation de dispersion

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{p\pi}{a}\right)^2 \tag{3}$$

Tracer le graphe pour différents modes sur l'ordi et définir la dispersion intermodale. Les conditions aux limites impliques une dispersion même si l'on se propage dans le vide.
Faire le lien avec la vitesse de groupe : $v_g = \frac{c^2 k}{\omega}$. Plusieurs vitesses possibles pour un même ω en entrée. La limitation en fréquence du transfert d'information est donc due à la dispersion intermodale.

3.2 Pulsation de coupure

Observation des fréquences de coupure sur le graphe. $\lambda \leq \lambda_c = \frac{2a}{p}$. Pour être monomode, il faut être de l'ordre de la longueur d'onde !

3.3 Contraintes technologiques

Slide pour traiter les différents guides en fonctions de la fréquence. BF, trop grandes dimension : autre conditions aux limites nécessaires. HF, les réflexions métalliques entrainent trop de pertes pour une propagation longue distance. Utiliser deux diélectriques et réflexion totale : fibre optique.
Conclu : Le calcul pour la fibre est bien plus compliqué : CL non strictes, géométrie cylindrique (fonctions de Bessel). Mais sans se lancer dans des lignes d'équation nous en avons compris les principes et les enjeux.

Conclusion On a vu que des conditions aux limites permettaient de guider une onde mais que ceci impliquait une propagation modale et de la dispersion intermodale dans le guide. Le problème que nous avons résolu s'applique à toutes les ondes guidées de manière générale, qu'elles soient électromagnétique, acoustiques ou mécaniques, avec de nombreuses applications à la clef.

4 Pour préparer

4.1 Justification choix pédagogiques

- Je souhaite commencer sur la fibre optique (même si plus complexe à première vue) car c'est un sujet qui parle, actuel et visuel. Approche géométrique simple permettant de comprendre les concepts principaux.
- Je développe ensuite le calcul dans un cas idéal simple (propagation dans le vide). Choix du champ E évident car plus courant.
- Je ne souhaite pas développer le coaxial car l'approche est encore une fois très différente, perte du message principal.

4.2 Biblio

- Garing, Ondes EM dans diélectrique : fibre en optique géométrique (exo 3.6 p.104-108)
- Sanz, MP physique tout en un : Calcul simple dans le guide d'onde métallique (Chap 15)
- Taillet, Optique physique : Approche optique et ondulatoire de la fibre optique

4.3 Animations, illustrations et expériences possibles

Vidéo Intro (jusqu'à 33s) : https://www.francetvinfo.fr/internet/securite-sur-internet/internet-des-cables-sous-m
1532971.html
Animation Structure champs : https://www.falstad.com/embox/guide.html

Expérience : Retrouver la relation de dispersion avec le banc hyperfréquence ?

4.4 Questions posées et Remarques correcteur

— Attention notation, k et K identiques à l'oral, plutôt dire "Kappa".
— Modèle 3D pas forcément adéquat car représente l'intensité du champ
— Dans un coax, la géométrie implique un champ E radial, tangent à l'interface donc pas de CL strictes imposées par le métal. Seul le mode TEM se propage et il est unique.
— Parler des conditions au limites longitudinales n'est pas hors-sujet, ex : tuyau d'orgue
— Faire un peu plus d'analogies avec le guidage d'ondes acoustiques
— Traiter plutôt le cas réel du guide rectangulaire en justifiant la relation de dispersion avec une dimension suffisamment grande pour être au delà de la coupure.

4.5 Notions liées, en vrac

— Applications : Lignes bifilaires (Téléphone), Coaxial (Réseau urbain), Métallique (Radars aérien), Optique (internet)
— Adaptation d'impédance Zs=Zc pour qu'il n'y ait pas de réflexion parasite. Taux d'ondes stationnaire TOS
— Absorption dans une fibre : Vibration de la silice (IR) et électronique (UV)
— Diélectriques utilisés dans coax (Teflon, polyéthylène), pour maintenir la structure
— Autres ondes guidées : Acoustique => Radar sous marin dans les bas-fonds. Modélisation de la propagation du bruit dans une ville, Mécanique => Phonons dans un solide, propagation de fluide