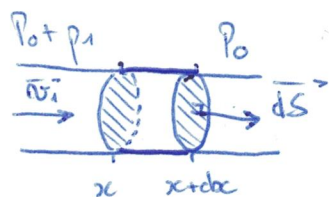


# Complément : ondes acoustiques

## Aspects énergétiques -

- On considère une tranche de fluide compressible, traversée par une vibration acoustique. Cette vibration écarte le fluide de l'équilibre, menant à :



$$\begin{cases} P(x) = P_0 + p_1(x) \\ \mu(x) = \mu_0 + \mu_1(x) \\ \vec{v}(x) = \vec{0} + \vec{v}_1(x) \end{cases}$$

Lorsque la vibration parvient en  $x$ , la puissance pressante transférée à la tranche fluide est :

$$\mathcal{P} = [(P_0 + p_1(x)) \vec{dS} - P_0 \vec{dS}] \cdot \vec{v}_1$$

$$\mathcal{P} = p_1 \vec{v}_1 \cdot \vec{dS} = \vec{\Pi} \cdot \vec{dS}$$

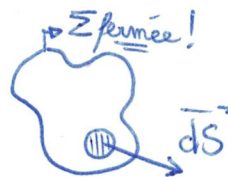
$$\vec{\Pi} = p_1 \vec{v}_1$$

en  $W \cdot m^{-2}$   
orienté selon la direction  
de propagation longitudinale  $\vec{v}_1$ .

↳ puissance surfacique  
transférée par l'onde -  
(vecteur de Poynting acoustique)

### Bilan de puissance:

On isole un système fermé d'énergie  $\mathcal{E}(t)$ ;  
entre les dates  $t$  et  $t+dt$ , le bilan entrée/sortie donne:



$$\mathcal{E}(t+dt) - \mathcal{E}(t) = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} dt = - \oint_{\Sigma_{fermee}} \vec{\Pi} \cdot \vec{dS} dt, \text{ et on écrit: } \mathcal{E}(t) = \iiint_{\text{volume de } \Sigma_{fermee}} e(t) \cdot d\tau$$

Autrement dit :  $\iiint_{vol} \frac{\partial e}{\partial t} dt d\tau = - \iiint_{vol} \text{div } \vec{\Pi} dt d\tau$  (Green-Ostrogradsky)

→ on obtient à l'échelle mésoscopique, l'équation de Poynting:

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \text{div } \vec{\Pi} = 0$$

où  $e = e_c + e_p$

→ or, on a :  $\text{div } \vec{\Pi} = \text{div}(p \cdot \vec{v}_1)$

$$\begin{aligned} &= \boxed{\text{grad}(p)} \cdot \vec{v}_1 + p \cdot \boxed{\text{div}(\vec{v}_1)} \quad \text{via les 3 équations couplées!} \\ &= \boxed{-\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t}} \cdot \vec{v}_1 - p \cdot \boxed{\chi_s \frac{\partial p}{\partial t}} \\ &= - \frac{\partial}{\partial t} \left[ \underbrace{\frac{1}{2} \mu_0 v_1^2}_{e_c} + \underbrace{\frac{1}{2} \chi_s p^2}_{e_p} \right] \rightarrow \text{donc} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_c &= \frac{1}{2} \mu_0 v_1^2 \\ e_p &= \frac{1}{2} \chi_s p^2 \end{aligned}$$