LP25 : Ondes acoustiques

Armel JOUAN, Géraud DUPUY

Leçons annexes

- Transmission, réflexion, dissipation des ondes sonores
- Ondes et impédances
- Ondes mécaniques et vibrations dans les solides.

Niveau : L2

Prérequis

- Mécanique des fluides
- Physique des ondes : équation de d'Alembert

1 Propagation acoustique dans un fluide [1] chap 4

1.1 Approximation acoustique

- On se donne un fluide dans un ref galiléen et un milieu continu et uniforme décrit par les champs méso habituels: P(M,t), μ(M,t), $\vec{v}$(M,t)
- Détailler les hypothèses:
  - Fluide parfait, compressible, irrotationnel et barotrope
  - Champs uniforme au repos: P_o, μ_o
  - Evolution adiabatique réversible (isentropique)
  - Approximation acoustique: onde sonore = faible perturbation de l'état de repos
- Poser les notations:
  - $\mu(M,t) = \mu_o + \delta\mu(M,t)$
  - $P(M,t) = P_o + \delta P(M,t)$
  - $\overrightarrow{v}(M,t) = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{v}(M,t)$
- On traite $\delta\mu$, δP, $\overrightarrow{v}$ et leur dérivées comme des infiniment petits d'ordre 1.

1.2 Equations constitutives

- Partir des équations d'Euler, de la conservation de la masse, et les linéariser
- Poser l'équation constitutive pour un fluide barotrope (ligne d'égale pression = ligne d'égale densité): $\mu = \mu_0 + \frac{d\mu}{dP}|_S (P - P_o)$
- Aboutir au système de trois équations

1.3 Equation d'onde

- Faire le calcul pour arriver à l'équation de d'Alembert sur une grandeur comme la pression, et dire qu'on peut faire la même chose pour les deux autres
- Poser la célérité

1.4 Célérité

- On part de la célérité $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \chi_s}}$
- L'évolution isentropique permet d'utiliser la loi de Laplace $P\mu^{-\gamma}$. On en déduit $\chi_s = \frac{1}{\gamma P}$
- Avec la loi des GP, on obtient: $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$
- Faire l'application numérique à 20°C, et développer autour de cette température
- Comparer à l'eau et l'acier
- Parler de la méthode de détermination de la distance d'un éclair

Transition : En fait la plupart des capteurs de notre corps sont juste sensibles à la puissance, alors voyons comment obtenir l'aspect énergétique de ces ondes.

2 Grandeurs caractéristiques

2.1 Densité énergétique

- On fait comme en élec, on prends les 2 équations couplées (Euler et conservation+état)
- On multiplie la première par $\overrightarrow{v}$, la seconde par δP
- On les sommes et reformule en $\frac{\partial \delta}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\mu_0 v^2 + \frac{1}{2}\chi_s \delta P^2\right) = -div(\delta P \overrightarrow{v})$

- On note $\overrightarrow{\Pi} = \delta P \overrightarrow{V}$ le vecteur de Poynting acoustique, le vecteur densité surfacique de puissance. C'est à ce dernier qu'on est sensible
- On définit de même une énergie cinétique volumique et une énergie potentielle d'élasticité volumique
- On reformule en $\frac{\partial\ (e_c\ +\ e_p)}{\partial t} + div(\overrightarrow{\Pi}) = 0$

2.2 Intensité acoustique et décibel [1] p.108

- OdG des puissances par unité de surfaces auxquelles on est sensibles
- Seuil d'audibilité : $\left\langle \overrightarrow{\Pi} \right\rangle_{min} = 10^{-12}\ W.m^{-2}$
- Seuil de douleur : $\left\langle \overrightarrow{\Pi} \right\rangle_{max} = 10\ W.m^{-2}$
- Treize décades. Insister sur le caractère impressionnant de la chose: L'oreille est un capteur logarithmique
- On définit donc l'intensité : $I = 10log\left(\frac{\langle\overrightarrow{\Pi}\rangle}{\langle\overrightarrow{\Pi}\rangle_{ref}}\right)$
- Avec $\left\langle \overrightarrow{\Pi} \right\rangle_{ref} = \left\langle \overrightarrow{\Pi} \right\rangle_{min} = 10^{-12} W.m^{-2}$
- Donner quelques ordres de grandeurs. Donner la courbe de sensibilité de l'oreille humaine

2.3 Impédance acoustique et réflexion [1] p.109-110

- Par analogie avec la resistance électrique et hydraulique, on peut définir l'impédance acoustique comme le rapport de la pression (le potentiel) sur la vitesse (le flux)
- On a $Z = \frac{\delta P}{\overrightarrow{v}.\overrightarrow{n}}$ (insister sur le signe - pour des ondes contra-propagatives)
- On sait que l'eq de d'Alembert a pour solution simple : les ondes planes. Généralement les ondes sphériques sont plus adaptés pour modéliser une onde émise, mais voyons ce qu'on peut tirer d'une modélisation en onde plane
- On a alors $\delta P = \delta P_0 e^{i(\omega t - kz)}$
- Avec Euler linéarisé, on a $\mu_o i\omega \overrightarrow{v} = ik$
- On en tire $Z = \mu_o c$
- OdG pour les conditions usuelles

- Etudier le problème de la réflexion et de la transmission (potentiellement passer le calcul sur slide)
- Prendre un dioptre, se donner une onde de pression incidente, réfléchie et transmise
- En déduire une onde de vitesse avec l'impédance
- Appliquer les conditions de continuité au dioptre en pression et en vitesse
- Donner les coefficients de réflexion en amplitude, ainsi qu'en puissance

Transition : appliquons ces résultats à l'exemple de l'oreille, qui constitue à l'instar de l'oeil en optique un formidable capteur sonore comme on l'a mentionné plus tôt.

3 Application : exemple de l'oreille et adaptation d'impédance (sur diapo) [3]

- Poser le problème de l'adaptation d'impédance entre l'air et les liquides cochléaires (eau). Calculer le facteur de transmission en intensité et la chute du niveau acoustique.
- Solution : adaptation d'impédance par la chaîne d'osselets (montrer schéma) Appliquer le TMC par rapport à l'axe de la liaison pivot, calculer le gain de niveau acoustique associé.
- Parler du réflexe stapédien et de la désadaptation d'impédance.

Conclusion (sur diapo)

Retour sur les hypothèses du modèle et de l'approximation acoustique pour des ondes sonores [1] (ce sont des hypothèses fortes, on les justifie *a posteriori*, mais il est important d'insister sur le fait que le modèle focntionne très bien dans le domaine acoustique) :

- $\left\| \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right\| \ll \left\| (\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad})\vec{v} \right\| \Leftrightarrow v \ll c$, bien vérifié pour un son d'intensité 50 dB se propageant dans l'air ; pour une OPPH, on a : $v = \sqrt{\frac{2\Pi}{\mu_0 c}} \simeq 2.10^{-5}\ m.s^{-1}$
- $\|\mu \vec{g}\| \ll \left\| \overrightarrow{\delta P} \right\| \Leftrightarrow \frac{\lambda g}{c^2} \ll 1 \Leftrightarrow f \gg \frac{g}{c} = 7.10^{-3}\ Hz$ vérifié pour des ondes sonores
- Adiabaticité : on peut négliger la diffusion de chaleur entre tranches de fluides devant la propagation de l'onde pourvu que $L_{diff} = \sqrt{\frac{D_{th}}{f}} \ll \lambda \Leftrightarrow f \ll \frac{c^2}{D_{th}} = 10^{13}\ Hz$ vérifié pour des ondes sonores
- Approximation acoustique : pour un son d'intensité 50 dB se propageant dans l'air ; pour une OPPH, on a : $\delta P = 10^{-2}\ Pa$, et donc :

$$\frac{\delta P}{P_0} \simeq \frac{10^{-2}}{10^5} = 10^{-7} \ll 1$$
$$\frac{\delta \mu}{\mu_0} = \delta P \chi_S \simeq 2.10^{-5} \ll 1$$

Bibliographie

[1] **H Prépa Ondes :**

- chap 1 pour les ondes dans les solides
- chap 4 pour les ondes dans les fluides (la totale !)

[2] **Garing, Ondes méca et diffusion**

- chap 3 pour les ondes dans les solides
- chap 2 pour les ondes dans les fluides (ondes sphériques et causes de dissipation)

[3] **Sujet Centrale PC 2015 :** pour le modèle de l'oreille
`https://www.concours-centrale-supelec.fr/CentraleSupelec/2015/PC/sujets/2014-014.pdf`

[4] **Olivier, Phyisique des ondes :** chap 5