LP24 : Ondes progressives, ondes stationnaires

Armel JOUAN, Géraud DUPUY

Leçons annexes

- Ondes stationnaires. Applications aux instruments de musique
- L'onde plane progressive harmonique : modèle physique et limites

Niveau : L2

Introduction : sur la vidéo (2)(a). Déf ondes, voyons comment les dépendances en temps et espaces de l'onde peuvent s'exprimer.

1 Corde vibrante

1.1 Modèle

- Corde soumise à une tension
- De masse linéique uniforme
- On néglige le poids de la corde
- Pas de raideur
- On se placera dans le régime des petites perturbations

1.2 Mise en équation [2]

- Se donner une portion de longueur élémentaire ds et de masse $dm = \mu ds$
- Exprimer ds en fonction de dx et dy
- Référentiel, bilan des forces, PFD
- Projeter le PFD sur x et y

- Obtenir l'équation de d'Alembert unidimensionnelle, en extraire l'expression de la célérité
- Rq: Le calcul est fait dans toutes les sources, il peut être élégant de faire intervenir les petits angles le plus tard possible, et donc mener le calcul comme dans [2] p.13

1.3 Quelques propriétés

- Donner des ordres de grandeurs de la célérité
- Renversable
- Et surtout: Linéaire, propriété centrale qu'on réutilisera abondamment
- Expliquer qu'on peut la généraliser à 3D
- Donner d'autres exemples pour lesquels on retrouve cette équation d'onde : câble coaxial, ondes acoustiques, EM, etc.

Transition : tâchons de proposer des solutions à cette équation d'onde.

2 Ondes progressives

2.1 Solutions possibles [2]

- Si on veut un phénomène qui se déplace, qui se propage, on va vouloir coupler temps et espace
- Poser le changement de variable avec $p = x - ct$ et $q = x + ct$.
- Réexprimer les dérivées selon x et t en dérivées selon p et q
- Aboutir à la condition $\frac{\partial^2 y}{\partial p \partial q} = 0$
- Intégrer deux fois et montrer que la solution de cette équation est une somme d'une onde progressive vers les x croissants, et d'une vers les y décroissants
- Définition d'une onde progressive

Transition : Les ondes progressives forment donc une base très intéressante pour nos solutions, mais la forme de l'onde est toujours encodée dans f et g, proposons une forme d'onde progressive particulière.

2.2 Ondes progressive harmonique

- On propose g nul et f en onde progressive
- Réinjecter dans l'équation de d'Alembert
- Obtenir la relation de dispersion
- Pas de réalité physique: pas de limitation spatiale, donc contient une quantité infinie d'énergie, donc quelle utilité ?
- Deux choses : Très pratique, et forment une base de solutions. Il est possible de créer des solutions en sommant les OPH. Train d'onde.

2.3 Etude énergétique (tampon si manque de temps) [2] p.19

- Poser directement la densité d'énergie cinétique
- Développer un peu (en fonction du temps) comment on obtiens la densité d'énergie potentielle
- En déduire la densité d'énergie mécanique totale de l'onde, et la dériver pour montrer que qu'on a un flux: L'onde déplace de l'énergie même si la matière reste localement à la même place

3 Ondes stationnaires

3.1 Corde de Melde [1] p.41

- Mettre en évidence des modes propres stationnaires sur la corde de Melde ([1] p.38). On peut observer que ces oscillations se font sur place et ne se propagent pas.
- Pour mieux décrire ce phénomène, il est donc naturel de vouloir découpler les variables de temps et d'espace car il n'y a pas propagation ; on définit ainsi une onde stationnaire, de forme générale :

$$\Psi(x,t) = F(x)G(t)$$

- On vérifie qu'elle sont solutions de l'équation de D'Alembert : injecter $\Psi(x,t)$ dans l'équation, séparer les variables, aboutir à la forme suivante en invoquant le fait qu'on observe expérimentalement des oscillations (cf [2] p.15-16) :

$$\Psi(x,t) = \Psi_0 \; cos(kx + \phi_F) \; cos(\omega t + \phi_G)$$

- Ces solutions constituent une autre base de solutions à l'équation de D'Alembert, mais on peut passer des ondes stationnaires aux ondes progressives, et inversement. Ecrire une OS comme la somme de deux OP et inversement.
- Corde pincée aux deux extrémités : faire la résolution à partir des CL, obtenir fréquences propres, noeuds, ventres ([1] p.42, [2] p.16). Parler de modes propres de vibration sur lesquels on peut décomposer les oscillations libres de la corde.
- Retour sur la corde de Melde (sur slide) : nouvelles CL, montrer qu'on peut venir sonder les modes propres à la résonance (Application 2 - [1] p.41-42)

3.2 Application à une corde de guitare

- Pour obtenir une corde accordée, on va chercher à accorder le fondamental, d'abord gorssièrement en sélectionnant la masse linéique, puis en jouant sur la tension
- Une fois qu'on ajuste le fondamental, on se demande comment on excite : **impulsion**
- La réponse est donc une superposition de modes propres
- On a donc une certaine richesse spectrale : **timbre**
- Pour sélectionner un mode, on peut appuyer sur un noeud, et ainsi sélectionner des modes
- Manip ou vidéo (3) pour la sélection des modes.

Conclusion

Tout ce qu'on a vu découle de l'équation de d'Alembert, qui dépend de la modélisation de notre problème. On peut chercher plus de réalisme en rajoutant des effets qui se traduiront par des termes différents. Typiquement, ici on a fait un traitement aux petits angles qui permet de se placer en régime linéaire, mais on sait qu'il existe des ondes vérifiant des équations non linéaires comme les "solitons enveloppe" responsables d'ondes particulièrement impressionantes (vagues scélérates).

Bibliographie

[1] **H Prépa Ondes :**

- chap 2 pour les ondes progressives/stationnaires et le cas de la corde vibrante
- chap 3 pour le câble coaxial

[2] **Garing, Ondes méca et diffusion**

- chap 1 pour la corde vibrante et des applications aux intruments de musique
- chap 2 pour les ondes dans les fluides (ondes sphériques et causes de dissipation)

[3] **Epreuve A 2009 :** pour les intruments de musique :

- Enoncé :
  `http://b.louchart.free.fr/Documents/CE/01/Agregation/Agreg_ext_Physique_2009_A_Enonce.pdf`
- Corrigé :
  `http://agregation-physique.org/images/annales/2009/ccp09.pdf`

[4] **Olivier, Phyisique des ondes :** chap 4

Manipulations, ressources

(1) Corde de Melde :
`https://ensps.lab.educ.space/labs/2/items/58`

(2) Propagation d'une onde sur une corde, réflexion, excitation des modes propres :

  (a) `https://www.youtube.com/watch?v=1PsGZq5sLrw`

  (b) `https://www.youtube.com/watch?v=PVX4V5Adbzk`

(3) Corde de guitare :

  (a) Manip (cf MP30)

  (b) Vidéo :
  `https://www.youtube.com/watch?v=EfTnrNw8Xw8`