

LP23 : Aspects analogiques et numériques du traitement d'un signal - étude spectrale

Armel JOUAN, Géraud DUPUY

Niveau : L2

Prérequis :

- Electrocinétique: Représentation temporelle et fréquentielle d'un signal
- Filtrage linéaire
- Notion de série et transformée de Fourier et de produit de convolution

Introduction

Définition d'un signal [1], on prend en fil rouge une chaîne de transmission d'information avec un signal qu'on veut mettre en forme pour le transporter, puis le caractériser.

1 Mise en forme analogique et numérique du signal

1.1 Modulation d'amplitude [1] chap 5

- Détailler un exemple d'opération analogique sur un signal
- On admettra que pour transmettre un signal, il est mieux à la fin du point de vue de l'émission, et de la dispersion par le milieu, de travailler à haute fréquence
- Se donner un signal d'information $s_i(t) = A_i \cos(2\pi f_i t)$
- Se donner un signal de porteuse $s_p(t) = A_c + A_p \cos(2\pi f_p t)$ (on travaille à porteuse conservée)
- Multiplier les deux

- Obtenir les 3 cos, et montrer ce à quoi ça ressemble à la fois en temporel et en fréquentiel
- On est parti d'un signal à basse fréquence qu'on a encodé dans un signal à haute fréquence : objectif rempli
- Notons que ces trois fréquences sont beaucoup plus proches entre elles que f_i et f_p

1.2 Filtrage linéaire [1] chap 4

- L'idée est d'isoler le signal d'information (ici $s_i(t)$)
- Rappeler quelques éléments de filtrage, sans refaire toute la théorie
- On va essayer de sélectionner ce qui nous intéresse
- Deux possibilités: RC. Problème, les trois fréquences sont très proches donc pas possible de les filtrer ainsi
- RLC: Mieux, mais demande tout de même un filtre très sélectif, et on aura un signal décalé en fréquence (et pas qu'un peu). Il faut donc une autre solution

1.3 Translation de fréquence [2] III.3.3 p11

- On veut retranslater
- Amener l'idée qu'en remultipliant par la porteuse, on ramène notre signal aux fréquences voulues, et deux fois plus loin
- Ne pas refaire le calcul de la multiplication, mais montrer le résultat final avec toutes les composantes (si possible à l'oscillo !)
- Il apparait la nécessité de filtrer, mais aussi que le filtre passe bas fonctionne ce coup ci !
- Faire la chaine en expérience avec $f_i = 100Hz$, $f_p = 100kHz$, $f_c = 1000Hz$
- Montrer les étapes succesives et le fait qu'on ait récupéré le signal final, malheureusement il est bruité

1.4 Moyennage numérique

- Lorsqu'on numérise, on perd en information, mais on gagne sur certains points, notamment le stockage
- De fait, on peut stocker plusieurs traces d'acquisition

- Donc on s'ouvre un niveau type de moyenne autre que temporelle, la moyenne sur les réalisations
- Si on considère que le bruit est aléatoire, alors il va être éliminé par le moyennage (le montrer à l'oscillo)

Transition : On a vu une chaîne de traitement du signal impliquant des outils analogiques et numériques. Voyons maintenant un outil de caractérisation fréquentielle des signaux.

2 Caractérisation par transformée de Fourier discrète [1] chap 8

2.1 Echantillonnage

- On va numériser un signal sur un espace de stockage limité (anim (2))
- Introduire l'échantillonnage comme une multiplication par un peigne de Dirac à la fréquence f_e
- Montrer la représentation temporelle d'un signal numérisé
- Expliquer la formule $f_e = \frac{N}{T_o}$

2.2 Conséquence sur le spectre

- On peut se demander si on a toujours les mêmes infos dans le signal numérisé s_i^{num}
- Prenons un signal s_i périodique, donc décomposable en série de Fourier avec des cosinus, dont celui de fréquence maximale f_{max}
- Soit en passant par le produit de convolution, soit en reprenant notre étude précédente, on montre qu'on a des signaux à $k f_e \pm f_{max}$
- Si on prends un spectre sur $[0, \frac{f_e}{2}]$, si f_e diminue jusqu'à un certain point, montrer le repliement de spectre
- Ramener le critère de Shannon. Expliquer que dans la pratique, on se donne un f_{max} qu'on veut pas dépasser
- Exemple sur le signal démodulé à 100 Hz, donc on prends f_e à 250 Hz, ce qui pour 1000 points donne un temps d'acquisition de $T_o = 4s$. Faire l'expérience
- Maintenant si on fait l'expérience sur le signal modulé, en respectant le critère de Shannon, on ne voit qu'un seul pic à 100 kHz. Essayons de comprendre pourquoi.

2.3 Compromis sur la résolution [2] II.2.2 p.6

- La résolution en fréquence est donnée par l'algorithme de transformée de Fourier rapide
- Il calcule $N/2+1$ points sur $f_e/2$
- On a donc globalement $\Delta f = \frac{f_e}{\frac{N}{2}} = \frac{1}{T_o}$
- Critère de Shannon: $f_e \geq 200kHz$
- Résolution: On veut distinguer bien des écarts de 100 Hz, donc prenons $\Delta f = 10Hz$, soit $T_o = 0.1s$
- Ainsi on a besoin de $N = T_o f_e = 20000$ points, hors on en a que 1000
- Donc il faut faire un compromis entre résolution et bon échantillonnage.
- Une possibilité est de reprendre la translation de fréquence pour rendre le critère de Shannon moins contraignant.

2.4 Sous-échantillonnage

- Astuce, on identifie d'abord avec une mauvaise résolution la fréquence centrale
- Puis on augmente au réglage fin la base de temps, on gagne en résolution en sous-échantillonnant. Observer les repliements succesifs
- Attention, les fréquences données sont différentes des valeurs réelles
- En revanche, on peut déterminer la différence relative entre deux pics et la largeur d'un pic avec une bonne résolution.

Conclusion

Insister sur la force des simples éléments qu'on a donné ici, qui permettent déjà de réaliser bon nombres d'opération de traitement du signal. Ouverture vers d'autres méthodes de mise en forme/caractérisation du signal : RMS, FM, etc.

Bibliographie

- [1] Traitement de signaux et acquisition de données, Francis Cottet, Dunod
- [2] Cours de JBD sur la FFT : https://enspsp.gitlab.io/pensps-static/formations/masterfesup/bases/coursenligne/AcqFFT21_22.pdf

Manipulations, ressources

(1) Réaliser une modulation d'amplitude + translation de fréquence:

- GBF
- Oscillo
- Cable
- Plaquette double multiplieur
- Alim +15/-15
- RC à 1000 Hz (100 nF, 10 kOhm)

(2) Animation conversion analogique numérique :

http://physique.ostralo.net/CAN/index_v2nmoins1.htm

(3) Animations Python :

- Effet du filtrage passe bas sur un signal (Bode_passe-bas.py)
- Visualisation de l'échantillonnage d'un signal modulé AM (Echantillonnage.py)
- Visualisation de l'effet de l'échantillonnage d'un signal sur l'allure FFT (Effet_de_lechantillonnage.py)