Aspects analogique et numérique du traitement du signal, étude spectrale

LP23

Romain Rescanières et Corentin Logé
Département de physique, ENS Paris-Saclay, 2020-2021

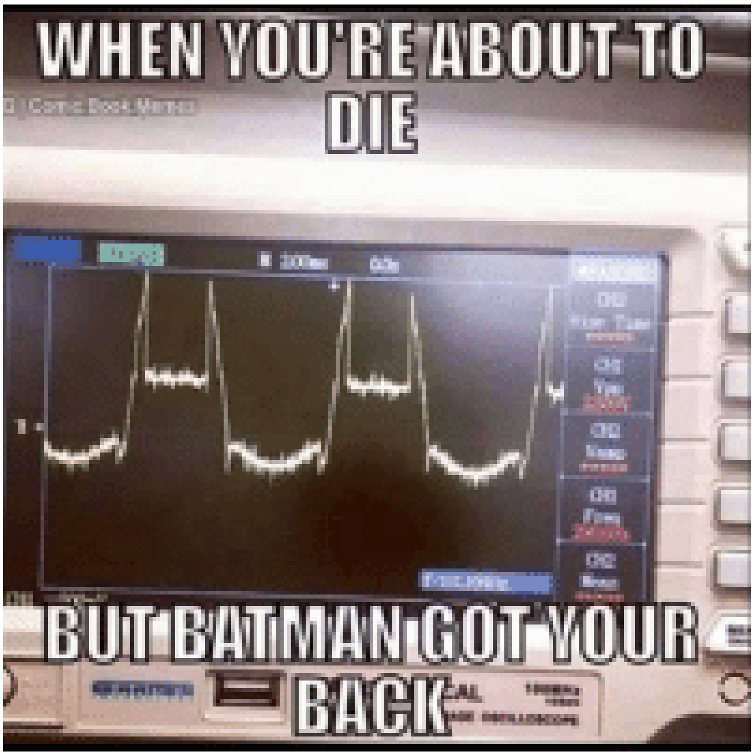

Figure 1 – On a toujours besoin d'un Batman...

Sommaire

I Objectifs pédagogiques et disciplinaires

- Connaître des exemples usuels de mise en forme d'un signal.
- Quelques intérêts et inconvénients du numérique.
- Principe de la FFT numérique (outil de caractérisation).

II Introduction

Le traitement du signal est la discipline étudiant l'élaboration et la caractérisation d'un signal physique. Comme la caractérisation est souvent réalisée via des signaux électroniques lors d'une expérience de physique, on se limitera ici aux signaux électroniques.

Le fil rouge que l'on va suivre tout au long de cette leçon est la transmission d'informations par modulation d'amplitude. **[Cf. diapo]** [Explication grossière de l'idée d'une modulation/démodulation.]

En s'appuyant sur cet exemple, nous étudierons différentes opérations de mise en forme du signal, à la fois analogiques et numériques, puis une caractérisation numérique du signal.

III Plan détaillé

III.1 Mise en forme analogique et numérique d'un signal

a Multiplication de signaux

- C'est un exemple d'opération analogique sur un signal.
- On peut, ou non, ajouter un offset.
- Dans notre cas, on va réaliser de la modulation d'amplitude à porteuse conservée, c'est-à-dire qu'on ajoute un offset au signal modulant :

$$\begin{aligned} u_e(t) &= u_p(t) \times u_m(t) \\ &= A_p \cos(2\pi f_p t) \times (C + A_m \cos(2\pi f_m t)) \\ &= A_p C \left(\cos(2\pi f_p t) + \frac{A_m}{2C} \cos(2\pi (f_m + f_p) t) + \frac{A_m}{2C} \cos(2\pi (f_p - f_m) t) \right) \end{aligned}$$

- On était parti de deux fréquences, a priori éloignées l'une de l'autre (avec $f_m \ll f_p$), et on aboutit à un signal avec trois fréquences, relativement proches les unes des autres, centrées en f_p (dessiner le spectre).
- On a globalement décalé les basses fréquences du signal vers de hautes fréquences.

b Filtrage linéaire

- L'idée ici n'est pas de faire un cours de filtrage linéaire, on veut simplement rappeler les résultats principaux utiles pour expliquer la démodulation d'amplitude.
- L'objectif du filtrage linéaire est de modifier l'amplitude et la phase des composantes du signal en fonction de leur fréquence (faire le lien avec la décomposition du signal trouvée précédemment, sans nécessairement parler de série de Fourier).
- Rappeler le RC série **[Cf. diapo]** .

c Translation de fréquences

- Pour le moment, on a multiplié la porteuse avec le signal modulant. Donc on a une composante à f_p, une à $f_p + f_m$ et une à $f_p - f_m$: on n'a pas la composante) f_m qui nous intéresse ! Bien montrer l'allure du spectre, et l'idée que l'on veut translater à nouveau les fréquences.
- *Comment retrouver le signal modulant $u_m(t)$?*
- On remultiplie par la porteuse ! On obtient un signal $u_\times(t) = u_e(t) \times u_p(t)$. Ne pas refaire le calcul ! Prendre chaque composante spectrale de $u_e(t)$ et, en procédant par analogie avec le calcul fait précédemment, construire au fur et à mesure le spectre de $u_\times(t)$.
- On voit désormais apparaitre la fréquence f_m, et on l'a de plus bien isolée !
- On voit apparaitre directement la nécessité de filtrer, et l'ODG de la fréquence de coupure à utiliser.
- Dessiner le Bode du passe-bas sur le spectre (**Expérience** $f_p = 130$ kHz, $f_m = 100$ Hz et $f_c \sim 700$ Hz).
- Montrer le montage réalisé en préparation et $u_P B(t)$, le signal filtré, à l'oscillo.

Transition *Signal $u_{PB}(t)$ bruité...*

d Moyennage numérique

- Toujours du bruit sur un signal physique.
- Moyennage de la TRACE à l'oscillo : ce n'est PAS la moyenne habituelle !
- Spécifique au numérique

Expérience Moyenner $u_{PB}(t)$.

Transition ***[Cf. diapo]*** *Bilan de la modulation AM. Maintenant : caractérisation du signal obtenu.*

III.2 Un outil numérique de caractérisation : la transformée de Fourier rapide

a Échantillonnage

- Numériser : utile pour récupérer données et les manipuler.
- Espace mémoire limité.

- **[Cf. diapo]** Introduction de l'échantillonnage.
- Mathématiquement : $s_{\text{ech}} = s(t) \times p(t)$ avec p(t), périodique de fréquence f_e.
- $N = T_0\ f_e$.

Transition *Caractérisation par étude du spectre de $s(t)$.*

b Conséquences spectrales

- A-t-on toujours la même info spectrale dans $s_{\text{ech}}(t)$?
- Cas d'un signal sinusoïdal : $s(t) = S\ \cos(2\pi f t)$. $p(t)$ périodique : décompo en série de Fourier. $s_{\text{ech}} = s(t) \times p(t)$, donc encore un produit de cosinus : on obtient un signal échantillonné avec les fréquences $k\ f_e \pm f_0$. (Ne pas faire le calcul explicite ! On utilise les rélations précédentes.)
- **[Cf. diapo]** On retrouve le spectre sur $[0, f_e/2]$. Si f_e diminue, pic à $f_e - f_0$ va finir par croiser le pic à f_0 : spectre replié. On conserve le spectre si $f_e - f_0 \geq f_0$.
- Donc, on se limite toujours à $[0, f_e/2]$.
- Critère de Shannon, écrit avec $f_{\max}$ (en pratique : spectre toujours borné pour le signal $s(t)$).
- Exemple : signal démodulé. $f_m = 100$ Hz, donc $f_e \geq 200$ Hz. On prend $f_e = 250$ Hz. Sur oscillo : $N = 1000$. Donc, $T_0 = 4$ s. **Expérience** Bien un pic à 100 Hz.

Transition ***Expérience*** *Spectre du signal modulé : on voit pas 3 pics... Problème de résolution.*

c Compromis pour la résolution du spectre

- Cette résolution est imposée par l'algorithme de calcul de la FFT.
- Celui-ci calcule $N/2 + 1$ points entre 0 et $f_e/2$ soit une résolution de :

$$\Delta f = \frac{\frac{f_e}{2}}{\frac{N}{2}} = \frac{1}{T_0}$$

- **Expérience**
  - Critère de Shannon : $f_e \geq 260$ kHz
  - Résolution : on veut $\Delta f \ll 100$ Hz, soit par exemple $\Delta f = 10$ Hz.
  - Ainsi : $N = f_e T_0 = \frac{f_e}{\Delta f} = 26000$ points, quand on en a seulement 1000 à disposition.
  - Nécessité d'un compromis.

d Sous-échantillonnage (Peut être mis en conclusion si hors timing)

- Comment faire si le nombre de points n'est pas suffisant ?
- Si spectre étroit : on sous-échantillonne, mais on augmente la résolution.
- **Expérience** Augmenter T_0 (réglage fin), voir les repliements successifs.
- Attention : fréquence apparente des pics différente de la fréquence réelle !
- Ok pour déterminer largeur fréquentielle entre les pics.

IV Conclusion

- Bilan : On a vu différents blocs usuels de mise en forme des signaux. On a abordé l'intérêt du numérique (via le moyennage) et ses inconvénients (nécessité d'échantillonner). On a caractérisé spectralement un signal.
- C'est une infime partie des opérations de traitement du signal ! On pourrait faire d'autres mises en forme (amplification...) et d'autres caractérisations (valeur efficace...). Mais à partir de ces quelques blocs, on peut déjà faire un tas d'opérations !

V Montage

Inspiré du TP de L3 ENS sur la modulation d'amplitude. Utilisation d'un générateur 2 voies (signaux en phase) et oscilloscope DSO 6012A. Plaquette 2 multiplieurs et un sommateur (inutile ici).

- Porteuse : $f_p = 130$ kHz et $A_p = 10$ Vpp
- Modulante : $f_m = 100$ Hz (plutôt prendre 1 kHz ?, cf VII.4), $A_m = 2$ Vpp et offset=4 V
- Filtre RC : $R = 5$ kΩ et $C = 47$ nF.

Penser à mettre le trigger sur le signal de la modulante (c'est lui qui est basse fréquence et qu'on observe) générée par le GBF (on s'était mis sur la synchro du GBF).

VI Critique des choix pédagogiques

- Le traitement du signal est très très vaste, il faut un fil rouge pour lier toutes les opérations que l'on va présenter, sinon, ça fera catalogue. Donc, on prend une expérience réelle de physique.
- L'expérience permet de ne pas être trop abstrait et de présenter des opérations vraiment usuelles en électronique.
- Choix de l'expérience : c'est l'expérience hyper classique de cette leçon. Mais, c'est parce qu'elle peut être faite très facilement et rapidement pendant la leçon (contrairement au diapason par exemple), qu'elle permet de présenter la multiplication de signaux, ce qui sera réutilisé dans toute la partie FFT (on n'a besoin de le faire qu'une seule fois), que l'on peut faire des FFT simples à comprendre à l'oscilloscope (on a un sinus à 100 Hz !), et qu'elle évite de parler du bruit (qui est un sujet assez délicat, donc peut-être éviter l'amplification...).
- Séparation du plan en deux parties : Le traitement du signal est vraiment séparé en deux pôles : mise en forme et caractérisation.
- Présentation d'un avantage clair et simple du numérique via le moyennage (c'est peut-être le plus simple à faire).

VII Remarques des correcteurs

VII.1 Introduction

- **[Cf. diapo]** Bizarre de mettre le bloc "Caractérisation" seulement à la fin du schéma : on peut caractériser le signal modulé !

VII.2 Plan général

- JBD aurait fait la FFT en I (sans parler du compromis avec la résolution), histoire d'avoir direct les outils qu'il faut pour caractériser les signaux obtenus au fûr et à mesure de la construction de la démodulation. Inconvénients : ça demande de revenir à la FFT (résolution et sous-échantillonnage) plus tard, et ça risque d'avoir un plan un peu distordu... Et on voulait caractériser le sinus à 100 Hz en 1er, mais c'est le dernier signal obtenu... Avantages : Sans doute plus clair dans l'esprit d'un expérimentateur pour voir ce qu'il a au fûr et à mesure, et permet d'utiliser un sous-échantillonnage à f_p lors de la numérisation, ce qui démodule d'un seul coup ! (Attention, ceci est dur à mettre en oeuvre expérimentalement.)
- Risque de la leçon : plein d'équations et peu d'exemples. Il faut passer par des graphes !

VII.3 Mise en forme

- Relier à un exemple encore plus concret (réception de la radio) : à la fin de chaque sous-partie, revenir à la réalité et donner l'élément réel qui fait telle opération dans la radio d'un individu lambda.
- Bien ajouter l'offset à la modulante pour avoir le signal modulé présenté (modulation double bande à porteuse conservée), sinon allure de battements pour le signal modulé.
- Bode pour le RC top, avec les pics : on voit bien l'effet filtre.
- Bonne idée la synthèse de la modulation à la fin du I.

VII.4 Caractérisation : FFT

- **Expérience** Le tracé du spectre prend longtemps ! Logique, avec 1000 points, comme f_e est petit pour la sinusoïde à 100 Hz, T_0 est grand (4 s)... Prendre une modulante de fréquence plus élevée : $f_m = 1$ kHz ?
- Plus clair de montrer le problème du repliement avec un signal non sinusoïdal.

VIII Questions des correcteurs

1. $p(t)$ est-il un peigne de Dirac ? *Pas utile pour respecter les positions des fréquences dans le spectre (il suffit d'avoir un signal périodique !). Mais, si ce n'est pas un peigne de Dirac, les amplitudes des pics dans le spectre après FFT ne seront pas les amplitudes du signal initial.*
2. Pourquoi utiliser une porteuse haute fréquence ? *Taille antennes. Multiplexage. Propagation moins dispersive : en fait, il faut adapter la fréquence au comportement de l'atmosphère suivant si on veut une propagation par réflexion sur l'ionosphère, etc.*
3. Est-il nécessaire de démoduler exactement à f_p ? *Oui.* Et ce signal doit être en phase ? *Surtout pas en quadrature ! Faire le calcul du produit, et y a un* $\cos\varphi$ *qui sort...*
4. Comment reconstituer la porteuse quand on est chez soi ? *Avec une boucle à verrouillage de phase. Attention à avoir une plage de verrouillage fine pour attraper que la porteuse !* Et si le VCO est centré sur f_p ? *On obtient un signal à la fréquence de la porteuse, mais en quadrature !!!*
5. On peut moyenner avec un signal du type aléatoire (signal reçu pour une radio) ? *Non ! La trace doit être stable. Donc, si le signal n'est pas périodique, on écrase tout à 0. Le moyennage est très bien dans la manip présentée, mais infaisable en pratique !*
6. Que se passe-t-il si on échantillonne le signal modulé à f_p ? *On démodule !!!!!!! Bonne idée pour un exemple de démodulation numérique. Mais dur à mettre en oeuvre.*
7. En respectant Shannon, le spectre entre 0 et $f_e/2$ est vraiment le même que celui du signal initial ? *Tous les points calculés sont exacts, mais on n'a que des points discrets.*

IX Bibliographie utilisée

- Principalement le cours de JBD.
- *Traitement des signaux et acquisition de données*, Francis Cottet, 3ème édition, Dunod (chapitre 7)