

LP 16 : Facteur de Boltzmann

Armel JOUAN, Géraud DUPUY

Titres alternatifs

En fonction de l'orientation du titre (Facteur de Boltzmann ou ensemble canonique), insister plus ou moins sur le I.

- Facteur de Boltzmann - Introduction sur un exemple (ancien titre)
- Facteur de Boltzmann - Ensemble canonique

Ebauche de plan - Niveau : L3

Prérequis

- Equations de l'hydrostatique (résolution pour le gaz parfait)
- Ensemble micro-canonique
- Paramagnétisme (comportement macroscopique)

1 Introduction au facteur de Boltzmann : cas de l'atmosphère isotherme

1.1 Modèle de l'atmosphère isotherme [3], [1]

- Hypothèses : air = GP, T uniforme et constante, champ de pesanteur uniforme, équilibre thermo local (échelle mésoscopique) ; *in fine* une colonne d'air en contact avec un thermostat
- Dédire de l'EDGP et de l'équation de la statique des fluides l'ED1 sur la pression, en déduire l'expression de la pression en fonction de l'altitude
- Valeur de H, discussion limites du modèle

1.2 Interprétation probabiliste [3]

- Caractère statistique de l'équilibre : mouvement des molécules qui correspond à l'équilibre à une répartition statistique indépendante du temps
- Déterminer nombre de molécules dn dans une tranche dz ; le relier à une probabilité de présence dp (proportionnalité)
- Faire apparaître le facteur de Boltzmann et k_B , discuter de la compétition énergie thermique - énergie potentielle.

1.3 Mise en évidence : expérience de Jean Perrin [3] et CCP 2021

- Montrer l'analogie avec l'atmosphère isotherme
- Protocole de l'expérience (grand nombre de mesures, hypothèse ergodique)
- Détermination expérimentale de k_B

2 Généralisation : Ensemble canonique [4],[2]

2.1 Hypothèses

- Notion de thermostat

2.2 Distribution canonique

- Probabilité canonique à partir du postulat fondamental
- Lien avec l'entropie
- Fonction de partition
- Énergie moyenne et capacité calorifique

2.3 Limite classique et théorème d'équipartition

- Hypothèses de la description semi-classique
- Théorème d'équipartition

3 Applications, à choisir parmi :

3.1 Système à deux niveaux : le cristal paramagnétique

- Fonction de partition avec l'énergie des deux niveaux
- En déduire les probabilités d'occupation, le moment magnétique moyen de l'atome et l'aimantation moyenne du matériau
- Loi de Curie et fit aux données expérimentales

3.2 Capacité calorifique d'un solide : modèle d'Einstein (cf LP44 et LPOB39)

3.3 Capacité calorifique d'un gaz parfait diatomique (cf LP44 et LPOB39)

Conclusion

Conclusion sur la diversité d'applications du formalisme canonique, ouverture vers les statistiques quantiques.

Bibliographie

[1] Diu, Thermo

- atmosphère isotherme : p.571

[2] Diu, Physique Statistique

- chap 3 : système en équilibre avec un thermostat, ensemble canonique
 - complément III.A pour le paramagnétisme, p.309
 - complément III.B pour les gaz, p.329
 - complément III.E pour les solides, p. 378

[3] BFR Thermo

- chap 3.8 : Equilibre de l'atmosphère terrestre isotherme
- chap 6 (en fonction de l'édition) : aspect microscopique de l'équilibre thermique
 - retour sur l'atmosphère isotherme
 - expérience de Jean Perrin
 - Cas d'application du facteur de Boltzmann
 - Exemples (distribution de Maxwell, pôles dans un champ E)
 - lien avec le théorème d'équipartition

[4] Texier, Physique Statistique

- chap 6 : Ensemble canonique
 - cristal paramagnétique : p.113
 - théorème équipartition : p.115
- chap 9 : cas des solides (thermo des OH et description du modèle de Debye)
- chap 11 : statistiques quantiques

[5] Callen, Thermodynamics

- appendice E p.343 pour les chaleurs spécifiques des solides

[6] Aschcroft et Mermin, Physique des solides

- chap 23 : chaleur spécifique d'un cristal harmonique, modèles de Debye et Einstein