

# LP 09 : Modèle de l'écoulement parfait d'un fluide

**Armel JOUAN, Géraud DUPUY**

## Leçons 2020 annexes

- Modèle du fluide parfait et applications

## Ebauche de plan - Niveau : $\simeq$ L3

### Introduction

#### Prérequis

- Notions de bases de mécanique des fluides
- Navier-Stokes
- Notion de viscosité
- Nombre de Reynolds
- Analyse vectorielle
- Hydrostatique

## 1 Présentation du modèle

### 1.1 Hypothèses

- Un écoulement est dit parfait si on peut y négliger les phénomènes de diffusions (Thermique, Quantité de mouvement)
- Montrer la condition de l'écoulement parfait pour la diffusion de quantité de mouvement en nombre de Reynolds (Attention, la condition n'est pas  $\eta = 0$ , c'est la définition du FLUIDE parfait).
- Donner quelques ordres de grandeurs de Reynolds dans certains écoulements pour savoir quand on peut le modéliser.
- Se donner en plus l'hypothèse de fluide incompressible pour la suite.

## 1.2 Équation d'Euler

- Partir de l'équation de Navier-Stokes pour obtenir Euler.
- Insister sur ce que chaque terme signifie.

## 1.3 Limitation du modèle: la couche limite

- Attention: partie un peu fine, pas hésiter à écrire un peu sur les notes des phrases toutes faites.
- Voyons une des limites du modèle.
- On sait que pour un écoulement visqueux, on a égalité des vitesses.
- Mais dans l'approximation sans viscosité, il n'y a pas de raison d'avoir la condition de vitesse tangentielle
- Écrire la nouvelle condition
- Cette condition va nous permettre de résoudre nos équations du mouvement et d'obtenir une description valable du fluide partout SAUF proche des limites
- Il y a donc une zone où la description n'est pas valable, cherchons à la quantifier
- C'est à peu près là où les termes inertiels et visqueux se compensent.
- Donc  $\frac{\rho(\vec{v} \cdot \text{grad})\vec{v}}{\eta \Delta \vec{v}} \sim 1$
- $\frac{\rho V^2}{\frac{\eta V}{\delta^2}} \sim 1$
- Donc  $\delta \sim \frac{L}{\sqrt{Re}}$

On a bien cerné le modèle, mais on a toujours une des grandes difficultés que pose l'équation de N-S dans les résolutions analytiques : le terme non linéaire. Voyons comment l'équation d'Euler, avec l'aide de quelques hypothèses, permet de simplifier la résolution.

## 2 Théorème de Bernouilli

### 2.1 Hypothèses

- Écoulement parfait
- (Fluide newtonien)

- Écoulement incompressible  $\rho$  cte sur une ligne de courant
- Écoulement stationnaire
- Forces dérivant d'une énergie potentielle

## 2.2 Démonstration du théorème

- Prouver pas à pas le théorème sur une ligne de courant
- Arriver à l'expression  $P + \frac{v^2}{2} + \rho gz + Ep = cte$
- Faire l'analogie avec les lois de conservation, par exemple l'énergie mécanique, qui permet de simplifier certains problèmes.

## 3 Propriétés en d"écoulant"

### 3.1 Effet Venturi

- On étudie un écoulement horizontal, juste soumis au poids, dans un tuyau qui se contracte
- Bernouilli se reformule en  $P_a + \frac{v_a^2}{2} = P_b + \frac{v_b^2}{2}$
- On couple à la conservation du débit  $v_a S_a = v_b S_b$
- Mettons qu'on a une réduction de surface. On a alors la vitesse qui augmente, et donc la pression qui diminue.
- Application à la balle de ping pong avec un entonnoir comme chapeau (pointe en haut). Si on souffle avec un sèche-cheveux dans l'entonnoir, on a élévation de la balle (voir entre autres [7] p.406)
- En effet, la section entre la balle et l'entonnoir est plus petite en haut qu'en bas, ce qui crée une surpression qui l'élève.
- Passer sous silence l'effet Coanda, mais s'en refaire une culture dans [1] p.276

### 3.2 Le supplice des Danaïdes

- Expliquer le supplice, sur la peinture de John William Waterhouse de 1903.
- Faire le calcul de la vidange de Torricelli, en considérant que les trous sont totalement recouvert d'eau
- Faire un ordre de grandeur du débit d'eau que les Danaïdes doivent verser pour remplir le vase.

## Conclusion

Ouvrir sur la turbulence et la grande vague de Kanagawa

## Bibliographie : démonstrations et exemples

- 1 Hydrodynamique physique, Guyon, EDP Sciences
- 2 PUF Bouloumié, Mécanique des solides et des fluides, chap XII
- 3 Mécanique des fluides, Battaglia, Amiroudine, Dunod, chap 4
- 4 Tout-en-un PC-PC\*, Dunod
- 5 Vincent Renvoizé et al. Cap prépa 2eme année PC-PC\*. Pearson.
- 6 Poly de cours Wietze :  
[https://perso.limsi.fr/wietze/cours/MF/meca\\_flu\\_poly2020-2021.pdf](https://perso.limsi.fr/wietze/cours/MF/meca_flu_poly2020-2021.pdf)
- 7 Physique expérimentale, de Boeck

## Remarques générales

- Se refaire une culture sur l'effet Coanda dans [1] p.276
- Se refaire une culture sur les écoulement potentiels et les conséquence sur la loi de Bernoulli.
- Attention aux définitions entre fluide et écoulement.