

# LP08 : Notion de viscosité d'un fluide. Écoulement visqueux

Armel JOUAN, Géraud DUPUY

## Leçons 2020 annexes

- Viscosité

## Ebauche de plan - Niveau : $\simeq$ L3

### Prérequis

- Écoulement parfait
- Diffusion
- Électrocinétique

**Introduction** On a pu voir précédemment les caractéristiques d'un écoulement dit parfait. Pourtant, si on fait une manip introductive avec un mélange eau glycerol, dans lequel on met une ligne de colorant et qu'on applique une vitesse tangentielle à la surface, on se rends compte qu'une vitesse apparaît. Or les conditions aux limites de l'écoulement parfait ne peuvent expliquer ça.

## 1 Notion de viscosité

### 1.1 Force de frottements tangentielle

- Faire un schéma
- Modèle unidimensionnel
- Montrer deux particules de fluides
- Il y a une surface  $dS$  entre les deux
- Modéliser ça par une force de frottement tangentielle

- Expliquer physiquement que si l'une des particules va plus vite que l'autre, elle va freiner
- Aboutir à une contrainte  $d\vec{F} = \eta \frac{dv_x}{dy} dS \vec{e}_x$
- Remarque: Commenter l'apparition de ce  $\eta$ , son unité, ce qu'il signifie, quelques ordre de grandeur
- Remarque: Cela ne s'applique que pour des fluides newtonien

## 1.2 Equation de Navier Stokes

- Montrer la tête de la force volumique de viscosité à 1D
- Pour ça, mettre une particule de fluide entre 2 autres (Schéma obligatoire), et faire un DL
- On obtiens la force volumique à 1D.
- On généralise à 3D avec le laplacien
- On obtiens l'équation de N-S à partir d'Euler
- (Commenter les différents termes)
- (Commenter les différentes hypothèses faites: Incompressible, newtonien)
- Conclure sur les conditions aux limites: Continuité de la vitesse aux parois, et continuité des contraintes tangentielles (viscosité) et contraintes normales (pression)

## 1.3 Convection et diffusion de quantité de matière

- Montrer qu'en sélectionnant les bons termes (négliger forces autres que viscosités et terme convectif), on a une équation de diffusion
- Définir viscosité dynamique (donner ordre de grandeur)
- Introduire nombre de Reynolds
- Expliquer son intérêt pour séparer 2 régimes
- Donner l'exemple d'écoulement et calculer le nombre de Reynolds

Ok, on conceptualise un peu mieux les effets de viscosité. Regardons maintenant une vidéo: <https://www.youtube.com/watch?v=wn6eRMIOJ1k>

Ca ressemble à la vidange de Torricelli. Si on applique la formule du débit de Torricelli, on s'attend à ce que le débit soit proportionnel à la surface, donc que le récipient avec 16 tubes se vide plus vite. Ce n'est pas le cas, essayons de comprendre

## 2 Écoulement de Hagen-Poiseuille [1] p200

### 2.1 Cadre du problème

- Se donner tout les paramètres nécessaire
- Montrer la géométrie cylindrique et invariante par translation
- Conclure que  $v$  ne peut dépendre que de  $r$
- Donc l'incompressibilité (et la symétrie de rotation) font que  $v$  ne peut être que porté par l'axe  $z$
- Donner les hypothèses: Nombre de Reynolds, pas de poids, écoulement stationnaire

### 2.2 Résolution de N-S

- Montrer que le terme non linéaire disparaît
- Projeter N-S sur l'axe radial, et obtenir que  $P$  ne dépend pas de  $r$
- Projeter sur l'axe  $z$  et obtenir l'équation voulue
- Intégrer en précisant bien les conditions aux limites
- Commenter le profil parabolique (Possiblement utiliser cette vidéo, mais ce qui me dérange c'est qu'on marque la position ici et pas la vitesse <https://www.youtube.com/watch?v=P05>)
- Calculer le débit. Et obtenir qu'il varie en  $R^4$ , ce qui va expliquer pourquoi 16 tubes sont équivalents à 4

### 2.3 Perte de charge

- Définir la résistance hydraulique
- Faire le parallèle avec l'électrocinétique
- Expliciter la notion de perte de charge

- Expliciter la possibilité voir un réseau hydraulique en première approximation comme un réseau électrique avec cette analogie

## Conclusion

Ouverture sur l'intérêt de l'écoulement de Hagen-Poiseuille, et de manière générale des écoulements visqueux dans les circuits sanguins et la bi physique

## Bibliographie : démonstrations et exemples

- 1 Hydrodynamique physique, Guyon, EDP Sciences
- 2 PUF Bouloumié, Mécanique des solides et des fluides, chap XII
- 3 Mécanique des fluides, Battaglia, Amiroudine, Dunod, chap 4
- 4 Tout-en-un PC-PC\*, Dunod
- 5 Vincent Renvoizé et al. Cap prépa 2eme année PC-PC. Pearson.
- 6 Poly de cours Wietze :  
[https://perso.limsi.fr/wietze/cours/MF/meca\\_flu\\_poly2020-2021.pdf](https://perso.limsi.fr/wietze/cours/MF/meca_flu_poly2020-2021.pdf)

## Manipulations, ressources

- <http://sci-phy.org/Agreg/>
- <https://www.youtube.com/watch?v=wn6eRMIOJ1k>
- <https://www.youtube.com/watch?v=P05yYbnApFc>
- Article sur comment modéliser un condensateur en hydraulique :  
<http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/Analogie-composant-elec-hydr.xml#condensateur>

## Remarques générales

- Se refaire une culture sur la perte de charge