

LP 07: Dynamique relativiste

Armel JOUAN, Géraud DUPUY

Leçons 2020 annexes

- Cinématique relativiste

Ebauche de plan - Niveau : \simeq L3

Prérequis

- Cinématique relativiste
- Espace de Minkowski, quadri-vecteurs, produit scalaire et norme
- Transformation de Lorentz
- Temps propre

1 Quadri-vecteur énergie-impulsion

1.1 Définition et invariance

- temps propre: $d\tau = \frac{dt}{\gamma}$
- Définition quadrivecteur vitesse $\tilde{U} = \frac{d\tilde{X}}{d\tau} = (\gamma c, \gamma \vec{v})$
- Définition quadrivecteur énergie impulsion: $\tilde{P} = m_0 \tilde{U}$
- Calcul de \tilde{P}^2 , produit scalaire avec un -, on obtiens $\tilde{P}^2 = (m_0 c)^2$. Invariant relativiste.

1.2 Energie, lien avec la dynamique classique

- On va développer chaque composante du quadri vecteur pour $|\vec{v}| \ll c$, et tenter de trouver des analogues avec la physique classique
- Pour la composante vectorielle: $m_0 \gamma \vec{V} \approx m_0 \vec{V} = \vec{p}_{class}$

- On généralise: $\vec{p} = m_0\gamma\vec{V}$
- Pour la composante scalaire: $m_0\gamma c \approx m_0c^2(1 + \frac{v^2}{2c^2}) = m_0c^2 + \frac{m_0v^2}{2}$
- On identifie l'énergie de masse (souligner relation d'Einstein) et l'énergie cinétique, on généralise en disant que $m_0\gamma c^2$ est l'énergie.
- (Potentiellement poser l' $E_c = m_0(\gamma - 1)c^2$)
- Réécriture de $\tilde{P} = (\frac{E}{c}, \vec{p})$
- On trouve, en calculant la norme \tilde{P}^2 , la relation $E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$

1.3 Principe fondamental de la dynamique relativiste

- On définit le quadri vecteur force: $\tilde{F} = \frac{d\tilde{P}}{d\tau} = (\frac{\gamma}{c} \frac{dE}{dt}, \gamma \frac{d\vec{p}}{dt})$
- On généralise le pfd classique au cas relativiste en maintenant que pour une force \vec{F} , on a $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$
- On calcule le produit scalaire de $\tilde{P} \cdot \tilde{F}$ pour obtenir $m_0\gamma(c, \vec{v}) \cdot (\frac{\gamma}{c} \frac{dE}{dt}, \gamma \frac{d\vec{p}}{dt})$
- On obtiens $\frac{dE}{dt} = -\vec{F} \cdot \vec{v}$
- On reformule le vecteur force $\tilde{F} = (\frac{\gamma}{c} \vec{F} \cdot \vec{v}, \gamma \vec{F})$
- On obtiens le PFD relativiste: $\tilde{F} = \frac{d\tilde{P}}{d\tau}$

2 Collisions de particules

2.1 Exemple limite GZK

- On garde dans le cas relativiste la conservation de l'impulsion et de l'énergie de la classique
- On essaye de faire la coupure GZK [6]
- Exercice 7-6 du [3] sur la désintégration du méson K (II) (Page 140 et 300)

2.2 Intérêt du centre de masse [2] p.98-99-100

- Développer sur slides le calcul de E^*
- Supposer dès le départ que $m_1 = m_2$, et se rendre compte des pertes énormes de toute l'énergie qu'on donne dans le ref du laboratoire

- D'où l'intérêt de faire coïncider référentiel du centre de masse et référentiel du laboratoire, pour perdre le moins d'énergie possible
- on peut reprendre la sixième expression encadrée à la page 99 de E^* pour obtenir dans le cas du ref du labo = ref du centre de masse, on a alors $\gamma = 1$ et on remplace m_2c^2 par E_2

3 Particule chargée relativiste, [2]

3.1 Particule accélérée par une différence de potentiel constante

- Expérience de Bertozzi en 1964 : écart expérience et modèle classique $\Delta E_c = qUv^2 = \frac{2qU}{m_0}$
- En dynamique relativiste, on peut écrire $\Delta E_c = m_0(\gamma - 1)c^2 = qU$
- On aboutit donc à :

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{qU}{m_0c^2}\right)^2} \right)$$

- Commenter limite classique et correspondance avec les résultats de l'expérience de Bertozzi. [4]
- Odg : pour des particules accélérés sous qqg MV, on obtient une vitesse $v = 0,94c$ (faire le calcul)

3.2 Particule dans un champ magnétique, [2] chap 5, complément 5.4

- Equations de la dynamique relativiste pour une particule chargée dans un champ magnétique \vec{B} que l'on suppose uniforme et constant (pour ne pas avoir à considérer de champ électrique induit).
- Faire le calcul (id classique à γ près), obtenir le rayon de la trajectoire [5]
- Ouverture vers le synchrotron ([2] chap 5, complément 5.4)

Conclusion

Ouverture vers la physique médicale : tomographie par émission de positrons. (Voir page TEP sur wikipédia)

Bibliographie : démonstrations et exemples

- 1 Claude Semay, Bernard Silvestre Brac. Relativité restreinte, bases et applications
- 2 Grossetête. Relativité restreinte.
- 3 Perez. Relativité
- 4 BFR, Méca 1
- 5 CR LP07 Thomas
- 6 Cours Pavloff

Manipulations, ressources

- <http://sci-phy.org/Agreg/>
- <https://www.youtube.com/watch?v=C2VM07pcWhg>