

# LP 01 : Contact entre deux solides, frottements

**Armel JOUAN**

## **Titres alternatifs**

- Frottements

**Niveau : L2**

## **Prérequis :**

- Mécanique du point et du solide

## **Introduction**

Les forces de contact jouent un rôle déterminant dans la vie courante, du fait de leur présence dans la plupart des problèmes mécaniques concrets (vis, roue, marche, etc.). On va ici étudier les frottements en se restreignant au contact entre deux solides.

# 1 Contact entre deux solides

## 1.1 Aspects cinématiques [1], [2]

- (sur diapo) Définition: Solide S1, Solide S2, Point I géométrique de contact, Point I1 coïncidant avec I et appartenant à S1, Point I2 coïncidant avec I et appartenant à S2

- Définition: Vitesse de glissement  $\overrightarrow{v_{1/2}} = \overrightarrow{v_{I_1/S_2}}$

- La composition des mouvements de I1 entre les référentiels (R) et (S2) donne :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{v_{I_1/R}} &= \overrightarrow{v_{I_1/S_2}} + \overrightarrow{v_e} = \overrightarrow{v_{I_1/S_2}} + \overrightarrow{v_{I_1/R}} \\ \Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{v_{1/2}} = \overrightarrow{v_{I_1/S_2}} = \overrightarrow{v_{I_1/R}} - \overrightarrow{v_{I_2/R}}}\end{aligned}$$

- **Remarque :**  $\overrightarrow{v_{1/2}} \in Q$ , le plan tangent ; en effet :

$$\overrightarrow{v_{I/R}} = \overrightarrow{v_{I/S_2}} + \overrightarrow{v_{I_2/R}} = \overrightarrow{v_{I/S_1}} + \overrightarrow{v_{I_1/R}}$$

d'où :

$$\overrightarrow{v_{1/2}} = \overrightarrow{v_{I/S_2}} - \overrightarrow{v_{I/S_1}} \in Q$$

- Il n'y a pas de glissement pour  $\overrightarrow{v_{1/2}} = \vec{0}$
- **Exemple : disque vertical en contact avec un plan** (schéma sur diapo) [1] p.278

## 1.2 Actions de contact

- (sur diapo) schéma avec notations
- Dans la suite, on se restreint aux deux actions suivantes :
  - $\overrightarrow{R_n}$  : réaction normale
  - $\overrightarrow{R_t}$  : force de frottement (ou d'adhérence)
- Sur diapo : discuter de l'approche microscopique (encastrement des surfaces au niveau des apérités), dire que la surface apparente est nettement moindre  $\rightarrow$  dépendance des actions de frottement avec l'état de la surface.

**Transition didactique : ces interactions EM à l'échelle microscopique EM entre les particules des deux surfaces sont très compliquées à modéliser  $\rightarrow$  nécessité de lois phénoménologiques rendant compte des observation macroscopiques.**

## 2 Lois phénoménologiques de Coulomb sur le frottement solide

Historique :

- introduites au XVe siècle par De Vinci
- étudiées par Amontons en 1699 et Coulomb en 1779

### 2.1 Réaction normale $\vec{R}_n$

- Force répulsive (dirigée vers l'intérieur de S1 si on considère la réaction exercée sur S1 par S2).
- Dépend des autres actions extérieures sur S1 : pour la déterminer, un bilan des actions est nécessaire.

### 2.2 Force de frottement $\vec{R}_t$

#### 2.2.1 Cas $\vec{v}_g = \vec{0}$

- **Manip** : Montrer que la vitesse de glissement reste nulle tant que  $\vec{F}$  n'atteint pas une valeur  $\vec{R}_{t,m}$  telle que :

$$\|\vec{R}_{t,m}\| = \mu_s \|\vec{R}_n\|$$

où  $\mu_s$  est le coefficient de frottement statique (indépendant de l'aire de la surface de contact et de  $\|\vec{R}_n\|$ ).

- On retiendra :

$$\boxed{\|\vec{R}_t\| \leq \mu_s \|\vec{R}_n\|}$$

#### 2.2.2 Cas $\vec{v}_g \neq \vec{0}$

- $\vec{R}_t \wedge \vec{v}_{1/2} = \vec{0}$  : même support que  $\vec{v}_{1/2}$
- $\vec{R}_t \cdot \vec{v}_{1/2} < 0$  : sens opposé à  $\vec{v}_{1/2}$
- Pour  $\vec{v}_{1/2}$  fixée :  $\boxed{\|\vec{R}_t\| \leq \mu \|\vec{R}_n\|}$
- $\mu < \mu_s$  (l'expliquer qualitativement avec l'approche microscopique) et  $\mu$  est indépendant de  $\vec{v}_{1/2}$ .

Sur diapo : ODG pour  $\mu$  et  $\mu_s$ .

## 2.3 Aspects énergétiques

La puissance associée à la force de frottement est donnée par :

$$P_t = \vec{R}_t \cdot \vec{v}_{1/2} < 0$$

On peut évoquer l'exemple de la chaleur ressentie quand on se frotte les mains.

## 3 Applications (à choisir parmi)

### 3.1 Solide sur un plan incliné

- Schéma sur diapo
- Théorème du centre de masse sur l'objet immobile:  
 $m \vec{a}_c = m \vec{g} + \vec{R} = \vec{0}$
- On projète sur chaque axes. On obtiens:  $-m g \cos(\alpha) + R_n = 0$   
et  $m g \sin(\alpha) + R_t = 0$
- La condition de non glissement implique que:  $\|\vec{R}_t\| \leq \mu_s \|\vec{R}_n\|$
- En conjuguant les deux on a  $\tan(\alpha) \leq \mu_s$
- On peut définir l'angle  $\phi = \text{Arctant}(\mu_s)$ , parler du cône de frottement, et signaler que cette condition ne fait pas intervenir la norme d'une force qui s'appliquerait à l'objet. On peut imaginer par ailleurs une manip où on prend 2 chariots identiques, dont un qu'on charge avec des masses. Normalement les deux décollent ensemble.
- On peut parler du fait que ça peut consister en une mesure du coefficient de frottement d'un objet.
- On peut conclure sur l'angle limite à partir duquel il n'est plus possible de garer une voiture en fonction de l'état du pneu et de la route.

On peut également appliquer ce traitement au cas d'une vis (cf [1])

### 3.2 Mouvement de stick-slip (à choisir parmi, en fonction de votre sensibilité)

- Expérience de Timochenko [2]
- Archet sur une corde de violon [4]
- Craie qui crisse sur un tableau

- Pour l'archet, on peut conclure sur la richesse spectrale du son obtenu par stick-slip par rapport à celui obtenu en pinçant la corde.
- L'objectif est souvent pour le violoniste de contrôler cette richesse spectrale, en jouant à la fois sur la vitesse de son archet, et par la force avec laquelle il appuie, puisque c'est ça qui est modélisé par la masse  $m$ .

### **3.3 Fonctionnement d'un véhicule à roues**

- Exercice sur la roue motrice dans [1] p.338

### **3.4 Boule de billard**

## Questions, remarques

- Comment être sûr qu'on mesure  $\mu_s$  et pas  $\mu$  avec le plan incliné ?
- Cône de frottement ?
- Inconvénient de l'utilisation des frottement solides pour les freins ? Autres systèmes de freinage ? Echauffement, usure. Freinage par induction EM.
- Comment réduire les frottements solides ? Lubrification → connaître les hypothèses de ce régime en méca flu.
- Tribomètre ? Appareil de mesure d'un coefficient de frottement.
- Schéma d'une voiture avec frottements (traction arrière) ? Contradiction frottement forces motrices du mouvement de la voiture/ $P_f < 0$  ? On a un roulement sans glissement :  $P_f = 0$
- Origine de la force répulsive ? Répulsion coulombienne de portée atomique (échelle où l'on est sensible aux inhomogénéités de charge)
- Etre assez efficace sur les deux premières parties (au plus 25') pour avoir le temps de bien détailler les applications.
- Privilégier une nuit de sommeil de plus de 4h avant le passage.

## Bibliographie : démonstrations et exemples

- [1 ] Pérez, Mécanique : Fondements et applications chapitres 16 (contact entre deux solides, aspect cinématique), 19 (Lois de Coulomb), et 20 (aspect énergétique)
- [2 ] BFR Mécanique chapitre 15
- [3 ] PUF Bouloumié chapitres 1, 3, et 6
- [4 ] <http://www.tangentex.com/CordeViolon.htm> pour le traitement du stick-slip dans le cas de la corde de violon.

## Manipulations, ressources

- Vidéo illustrant le mouvement de stick-slip d'une corde de violon (tel que modélisé par le BFR p.183) vers 1:00 : Playing Violin in Slow Motion sur la chaîne Rob Landes
- Mise en évidence de la non dépendance avec la surface apparente et/ou la masse du décollement d'un objet sur un plan incliné.
- Mise en évidence d'une force limite pour mettre en mouvement un chariot sur un plan, avec le système poulie-tube à remplir d'eau.
- Code Python traçant l'allure du mouvement de stick-slip

## Extraits du B.O. MP-PC

### B.O. PC : Approche descriptive du fonctionnement d'un véhicule à roues.

- Mouvement rectiligne uniforme d'un véhicule à roues dans un référentiel galiléen en l'absence de glissement :
  - véhicule tracté par une force extérieure  $F$
  - véhicule muni de roues motrices.
- Exprimer la condition de non-glissement des roues.
- Appliquer la loi de la quantité de mouvement et la loi de l'énergie cinétique au véhicule. Appliquer la loi du moment cinétique aux roues dans le référentiel du véhicule.
- Expliquer qualitativement les rôles respectifs du moteur et des actions de contact exercées par la route selon qu'on envisage un bilan énergétique global ou un bilan de quantité de mouvement global.

### B.O. MP : Complément de mécanique du solide : lois du frottement solide

- Lois de Coulomb du frottement de glissement dans le seul cas d'un solide en translation :
  - Utiliser les lois de Coulomb dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage.
  - Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.
- Aspect énergétique :
  - Effectuer un bilan énergétique.
  - Effectuer une mesure d'un coefficient de frottement.

## Rapports de jury

- 2017 : Cette leçon gagne beaucoup à être illustrée par des exemples concrets maîtrisés.
- 2016 : Cette leçon est l'occasion d'appliquer les lois de la mécanique du solide.
- 2015 : Cette leçon est souvent présentée à un niveau trop élémentaire. La compréhension des aspects microscopiques en jeu est appréciée par le jury.
- 2014 : Il est toujours intéressant de posséder des notions sur les modèles microscopiques du frottement.
- Jusqu'en 2013, le titre était : Contact entre deux solides. Frottement de glissement. Applications au glissement et au roulement.
- 2012 : Les candidats sont invités à réfléchir sur la notion de contact ponctuel et à la réalité microscopique de ce contact. Il peut être intéressant d'illustrer et discuter la différence entre coefficients de frottement statique et dynamique.
- 2009, 2010 : Il importe de distinguer le cas du contact ponctuel et celui du contact étendu sur une surface. La distinction de nature entre les deux lois de Coulomb, ie. la condition nécessaire de non glissement et la loi du frottement de glissement, n'est pas suffisamment dégagée. Les phénomènes d'hystérésis associés au frottement solide sont oubliés.
- 2008 : L'approche énergétique du contact doit être développée. Le roulement est trop rarement abordé. Il convient de s'interroger sur les passages entre les différents régimes de glissement et de non glissement.